Medidas de Desigualdade e Pobreza

Marcelo Medeiros

Brasília
2012

Medidas de Desigualdade e Pobreza

Marcelo Medeiros

Brasília
2012

EDITORA UnB

Tiragem: 1ª edição – 2012 – 1.000 exemplares

Este livro obedece às normas do Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa promulgado pelo Decreto n. 6.583, de 29 de setembro de 2008.

Coordenação Editorial
Fabiana Paranhos

Coordenação de Tecnologia
João Neves

Revisão de Língua Portuguesa
Ana Terra Mejia Munhoz

Arte da Capa
Ramon Navarro

Editoração Eletrônica e Layout
João Neves

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecária Responsável: xxxxxxxxxxxxxxx (CRB/DF xxxxxxx)

Medeiros, Marcelo.
Medidas de Desigualdade e Pobreza -- Brasília: EdUnB, 2012
xxxp. --

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Phasellus convallis elit ante, non dignissim sem. Nullam orci dolor, tincidunt sit amet aliquam sit amet, venenatis eu turpis. Suspendisse id nisi orci. Aenean massa sem, laoreet sed dictum eget, placerat a felis. Morbi id magna sit amet arcu faucibus tempus iaculis ac augue. Duis pellentesque urna nec turpis dignissim vehicula. In eget tortor enim. Mauris ipsum sem, mattis in porttitor nec, gravida quis diam. Cras tincidunt suscipit leo, quis tincidunt dolor convallis vitae. Donec viverra eleifend volutpat. Nulla non arcu dui. Integer mollis enim non nulla fermentum gravida.

ISBN xxxxxxx
ISBN xxxxxxx

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Phasellus convallis elit ante, non dignissim sem. Nullam orci dolor, tincidunt sit amet aliquam sit amet, venenatis eu turpis. Suspendisse id nisi orci. Aenean massa sem, laoreet sed dictum eget, placerat a felis. Morbi id magna sit amet arcu faucibus tempus iaculis ac augue. Duis pellentesque urna nec turpis dignissim vehicula. In eget tortor enim. Mauris ipsum sem, mattis in porttitor nec, gravida quis diam. Cras tincidunt suscipit leo, quis tincidunt dolor convallis vitae. Donec viverra eleifend volutpat. Nulla non arcu dui. Integer mollis enim non nulla fermentum gravida.

CDD xxxx
CDU xxxx

SCS, Quadra 02, Ed. OK, Bloco C, n. 78 – CEP 70.302-907 – Brasília-DF
Fone: 55 (61) 3035.4211
www.editora.unb.br

Impresso no Brasil.

Para Iêda, *in memoriam*

Agradecimentos

Toda uma geração de pesquisadores da desigualdade social foi formada pelo livro *Distribuição de renda: medidas de desigualdade e pobreza*, do prof. Rodolfo Hoffmann, e eu pertenço a ela. Ao longo dos últimos anos o prof. Hoffmann fez observações importantes a alguns estudos meus, um dos quais serviu de ponto de partida para este livro. Pelas lições e pela generosidade, agradeço muito.

Dois colegas do Ipea foram particularmente importantes na elaboração deste livro, Rafael Osorio e Sergei Soares. Trabalhamos juntos discutindo os assuntos que são apresentados aqui e ambos leram as primeiras versões deste texto, ajudando a melhorá-lo. Uma parte grande deste livro se inspira no trabalho dos dois e marcas dessa influência podem ser encontradas em vários capítulos. Agradeço ainda a meus alunos, que me ensinaram muito com seus comentários ao livro. Não devo deixar de mencionar o apoio da Universidade de Cambridge, onde o livro foi iniciado, da Universidade de Brasília, onde parte dele foi redigida, e da Universidade Sophia, em Tóquio, onde o livro foi concluído.

Sumário

Prefácio

Se existe algum consenso entre sociólogos e economistas brasileiros, é o de que a desigualdade é uma questão central em nosso país. Resultado de processo histórico e escolhas políticas que privilegiaram uma pequena elite, as desigualdades sociais se apresentam das mais diversas formas, porém, trazem uma característica comum: a constância ao longo do tempo. Mesmo sendo possível observar a diminuição das desigualdades de renda a partir do fim do século XX, o Brasil continua tendo uma expressiva concentração de riqueza. Afinal, um país que registra um índice de Gini em torno de 0,5 não tem motivos para comemorar.

No entanto, se reconhecer a existência de desigualdades deixou de ser novidade há algumas décadas, medir seus níveis tornou-se uma necessidade imperativa – não somente para apontar a dimensão das disparidades entre grupos sociais, mas também para conseguir traçar metas para combatê-las. E, se existe algum outro consenso entre sociólogos e economistas, é o de que o combate às desigualdades deve ser prioridade na agenda das políticas públicas e sociais.

A sociologia possui importante tradição nos estudos sobre pobreza e desigualdade; no entanto, os pesquisadores brasileiros demonstram, ainda hoje, alguma resistência e dificuldade no uso dos métodos quantitativos. Uma pena, tendo em vista que os dados estatísticos disponíveis no país para análise dos fenômenos sociais tornam-se cada vez mais diversos e de melhor qualidade.

Por esses motivos, este livro traz boas-novas para cientistas sociais brasileiros. Em parte porque apresenta de maneira acessível um assunto que, à primeira vista, pode parecer bastante árido: o uso de técnicas para medir pobreza e desigualdade. E há enorme escassez de material didático em português sobre essas técnicas. Mas, também, porque ajuda na compreensão das causas e consequências das desigualdades, o que é imprescindível para construir uma sociedade mais justa, pois a promoção da justiça social depende de ação política, que, por sua vez, deve estar baseada em informações confiáveis e seguras.

O que torna este livro uma referência não é somente o valor de seu conteúdo, mas a trajetória de seu autor. Marcelo Medeiros é um pesquisador comprometido com o estudo das desigualdades e da pobreza, e sua competência é reconhecida pela comunidade acadêmica. A preocupação em aliar análise teórico-substantiva com pesquisa empírica faz de seu trabalho uma importante contribuição para as áreas de sociologia e economia, disciplinas nas quais tem formação. E, se a produção acadêmica de Marcelo Medeiros é relevante para a compreensão das desigualdades e das políticas de superação destas, certamente seu trabalho como docente revela-se fundamental para a formação de jovens cientistas sociais, aptos a romper com as barreiras ainda existentes para o uso da metodologia quantitativa.

Os oito capítulos deste livro representam uma contribuição ímpar para a sociologia brasileira e refletem o esforço e a dedicação do autor para que os estudos sobre as desigualdades sociais se desenvolvam e se tornem mais atraentes para os pesquisadores em nosso país. Esta obra é produto da vocação de pesquisador e mestre do sociólogo e economista, que abraçou as duas disciplinas justamente para que elas pudessem, articuladas, desvendar a complexidade das múltiplas faces que a desigualdade assume no Brasil. É um instrumento indispensável para todos que, como ele, se dedicam ao estudo das desigualdades e se lançam à tarefa de formar sociólogos críticos, capazes de produzir conhecimento voltado para a constituição de sociedades mais igualitárias.

Celi Scalon

Professora titular da UFRJ

Introdução

> "Pode haver diferença nas opiniões sobre o significado de uma distribuição da riqueza muito desigual, mas não há dúvida sobre a importância de se saber se a distribuição está se tornando mais ou menos desigual."
>
> *Max O. Lorenz, 1905*

Um estudo completo no campo da desigualdade social identifica, julga e mede essa desigualdade para em seguida buscar explicar suas causas. Este livro se preocupa com uma parte pequena, mas extremamente importante, desse processo, a mensuração. O que à primeira vista se mostra trivial – medir disparidades entre números – é, na verdade, uma tarefa mais difícil do que parece. Toda medida de desigualdade social expressa valores morais, ou seja, por detrás de procedimentos matemáticos aparentemente neutros há uma filosofia de justiça implícita. O primeiro desafio de uma medida de desigualdade, portanto, é ter uma estrutura que reflita essa filosofia. Além disso, para um cientista social uma medida de desigualdade é uma ferramenta de análise e, como tal, deve ter propriedades que tornem essa análise possível, rigorosa e confiável. O segundo desafio de uma medida de desigualdade é combinar a filosofia de justiça a um pragmatismo instrumental. A lista de desafios é mais longa, mas esses dois dão uma dimensão das dificuldades enfrentadas quando se escolhe medir a desigualdade de uma maneira e não de outra.

Porque expressa uma filosofia de justiça, uma medida de desigualdade tem um significado. Uma preocupação central deste livro é com esse significado. Muito esforço foi empenhado em mostrar de maneira clara o conteúdo implícito na forma matemática de cada medida. É por isso que a maior parte da exposição neste livro tenta usar uma linguagem simples que dispense maiores conhecimentos matemáticos anteriores. É por isso também que os capítulos são estruturados não em função da complexidade matemática das medidas, mas sim da natureza dos temas, buscando, da maneira mais didática possível, tratar daquilo que é substantivo na mensuração.

Nem sempre essa meta foi alcançada. Há partes do livro que dependem da exposição de equações, e outras que discutem algumas propriedades dessas equações. Se, por um lado, as equações são algo que pode interessar ao leitor que pretende se aprofundar em aspectos técnicos, por outro, um leitor sem esse interesse pode ignorá-las. Quando elas são apresentadas e discutidas no livro, uma das preocupações é mostrar as distintas formas de uma medida, de modo que uma dessas formas possa ser eventualmente aplicada em análises concretas. Seja como for, toda a notação das equações ao longo do livro está unificada – a variável renda, por exemplo, sempre é denotada por y. Como essa notação não é unificada na literatura sobre o tema, há casos em que a nomenclatura utilizada aqui não corresponde exatamente à nomenclatura original.

A maior parte da discussão usa exemplos de renda. Isso ocorre, principalmente, porque é relativamente mais simples e intuitivo pensar em desigualdades na distribuição de renda do que, por exemplo, na distribuição de tempo livre. Também ocorre porque muito do debate sobre mensuração da desigualdade social teve origem na mensuração da desigualdade de renda. Todavia, as medidas aqui discutidas são aplicáveis a inúmeros outros objetos. Por exemplo, podem ser usadas para analisar a concentração de notas entre certos estudantes, o número de filhos entre mulheres, ou os pontos em um índice multidimensional de qualidade de vida. Por isso, o leitor não deve entender este livro como um texto sobre medidas de desigualdade de renda, mas sim sobre a mensuração da desigualdade social em termos gerais. Aliás, "medidas" e "desigualdade", até aqui, são termos usados em sentido amplo. Nos capítulos seguintes eles passam a ter significado mais restrito.

Este não é um livro sobre índices e coeficientes de concentração de renda e sua aplicação computacional na pesquisa, embora alguns desses assuntos sejam tratados adiante. Ele inclui tópicos como a própria definição de desigualdade, a noção de distribuição social, as formas de representá-la graficamente e as comparações entre sociedades distintas ou uma mesma sociedade em diferentes momentos, além, é claro, dos índices e medidas propriamente ditos. Se há uma mensagem presente em todos os capítulos deste livro, ela é sobre algo que perpassa todo o processo de mensuração. Não há medidas de desigualdade certas ou erradas, justas ou injustas. Medidas são apenas instrumentos, uma extensão das ideias. São as ideias que devem ser julgadas.

1

Distribuição e desigualdade

Os conceitos de distribuição e desigualdade

Existem várias ideias diferentes por trás da expressão "distribuição de renda". Ela é usada para indicar ora o ato de distribuir a renda, ora a forma como ela já se encontra distribuída. Em geral, quando falamos de muita ou pouca distribuição da renda, estamos usando a expressão no primeiro sentido, o da ação; quando dizemos boa ou má distribuição da renda, nos remetemos ao segundo sentido, o da situação. Portanto, o significado de "distribuição de renda" depende do contexto em que se usa a expressão.

É comum ouvir essa expressão ser usada para indicar uma ação, o ato de distribuir. "Promover a distribuição da renda", por exemplo, refere-se à execução de um ato, a mudança (geralmente a redução) dos níveis de desigualdade na distribuição dos rendimentos. Tanto é que normalmente entendemos por "políticas distributivas" ações cujo resultado deve ser uma sociedade mais igual. Como nesse sentido a expressão é muito usada com o significado de modificar uma situação, muitos preferem empregar o termo "redistribuição". Portanto, "políticas redistributivas" seriam aquelas que têm o objetivo de mudar o perfil da distribuição existente, transferindo renda de um grupo a outro.

Por outro lado, "distribuição da renda" também tem o sentido de uma descrição do modo como os rendimentos são apropriados por diferentes grupos, indivíduos ou categorias funcionais, um sentido vinculado à noção de distribuição estatística. Uma distribuição não é, rigorosamente falando, um fato observável, ela é uma construção que fazemos a partir da observação de um fenômeno ou de suposições. É por isso que podemos nos referir a distribuições de coisas não observáveis diretamente, como o bem-estar das pessoas. Em termos gerais, na definição que vamos usar neste livro, a distribuição de uma variável mostra a frequência de ocorrência de cada um dos valores que essa variável assume na população. A distribuição da renda segundo estratos populacionais, por exemplo, indica qual o montante de rendimentos recebido por cada estrato da população.

Afinal, se diz "renda" ou "rendimentos"? Os dois são usados de forma intercambiável. Como o termo "renda" é às vezes empregado para fazer referência a um tipo específico de recebimento de riqueza, relacionado a direitos de propriedade (renda da terra, investimentos rentáveis, etc.), cuja origem seria diferente da remuneração do trabalho, muitos preferem usar o termo "rendimentos" nas descrições das distribuições. Na prática não faz muita diferença empregar um ou outro, pois o contexto geralmente permite uma boa compreensão do sentido adotado. A preferência, nos estudos sobre distribuição pessoal ou familiar, é pelo termo "rendimentos".

A distribuição dos rendimentos ou da renda pode ser abordada de várias maneiras. Fala-se de "distribuição funcional da renda" quando se analisa como a renda é dividida segundo categorias funcionais ou fatores de produção, como capital e trabalho; "distribuição espacial dos rendimentos", em referência a divisões geográficas; e "distribuição pessoal dos rendimentos" para o estudo de como a renda é distribuída entre pessoas. Há inúmeras outras distribuições possíveis. Quando se descreve uma distribuição de renda, é importante informar o que é distribuído e entre quem essa distribuição está sendo descrita. Por isso, implícita ou explicitamente falamos sempre de *distribuição de algo segundo algo*, de uma variável segundo uma categoria.

Encontram-se distribuições de rendimentos segundo várias categorias. As mais comuns são divisões abstratas, como poupança, investimentos e consumo, divisões geográficas ou por estratificação social, como raça, gênero e classe, ou ainda divisões por famílias e indivíduos. Também são encontradas distribuições de tipos de renda, como, por exemplo, rendimentos familiares *per capita*, rendimentos do trabalho, etc.

A decisão sobre quais os rendimentos e segundo quais categorias conduzir a análise depende dos objetivos perseguidos. Essa deve ser uma escolha de caráter instrumental, isto é, feita levando em consideração que a divisão é uma ferramenta de análise; portanto, não se pode dizer que o correto é analisar tais rendimentos usando tal divisão sem levar em conta os propósitos da análise. Como um instrumento, qualquer escolha do tipo de rendimentos e dos critérios de estratificação será mais adequada para alguns objetivos do que para outros.

As expressões "distribuição de renda" e "desigualdade de renda" evocam ideias muito parecidas, mas, a rigor, não tratam da mesma coisa. Na maioria das vezes, quando dizemos "desigualdade de renda", estamos, na verdade, nos referindo à "desigualdade na distribuição das rendas"; a distribuição da renda é um objeto, e a desigualdade, uma característica desse objeto. Uma distribuição estatística pode ser descrita a partir de dois tipos básicos de medidas, as de localização e as de dispersão. Medidas de localização comuns são as de tendência central, como a média e a mediana, e as medidas de dispersão mais comuns são a variância e suas transformações. A desigualdade de rendimentos está relacionada à segunda característica básica da distribuição, sua dispersão. "Distribuição de renda" e "desigualdade de renda", no entanto, são comumente associadas, e uma frase do tipo "precisamos melhorar a distribuição da renda" deve ser entendida como um apelo para a redução da desigualdade na distribuição dos rendimentos.

O que significa desigualdade?

Para saber se a desigualdade em um país (ou uma população qualquer) está aumentando ou diminuindo ou se é maior ou menor que em outro país, precisamos de uma noção de o que vem a ser desigualdade. Definir desigualdade, porém, não é uma tarefa tão trivial quanto pode parecer à primeira vista. Esforços importantes foram realizados nessa área, em particular no que diz respeito aos conteúdos valorativos implícitos nas desigualdades consideradas em estudos sobre desigualdades sociais. Amartya Sen (1995), por exemplo, mostra que um passo crucial no estudo da desigualdade é responder à pergunta "desigualdade de quê?".

Neste livro a intenção é muito mais modesta. O objetivo é discutir formas de abordar desigualdades em uma distribuição qualquer (ou seja, para qualquer resposta à pergunta "desigualdade de quê?"), em particular realizar comparações entre os níveis de desigualdade de distribuições diferentes. O primeiro passo nesse sentido talvez seja buscar uma definição por negação bastante óbvia: desigualdade é uma situação onde não existe igualdade. No entanto, essa definição não é suficiente para quantificar a desigualdade e, assim, poder dizer como a desigualdade se comporta no tempo ou como se podem comparar, mais detalhadamente, diferentes populações.

Quando denotamos $a \neq b$, estamos indicando uma desigualdade, e já temos alguma informação: que a e b são comparáveis e, quando comparados, são desiguais. Parece pouco, mas a exigência de comparabilidade é um elemento importante no debate sobre desigualdade. Ela está por trás de vários procedimentos relacionados ao estudo das desigualdades, como o deflacionamento de preços, a criação de índices sintéticos e de escalas de equivalência ou o uso de funções de bem-estar.

Mas essa informação ainda é limitada. Ela não nos dá muito detalhe sobre o resultado da comparação entre a e b. Matematicamente falando, uma desigualdade ocorre quando uma quantidade é maior ou menor que outra. Portanto, quando denotamos que a quantidade a é maior que a quantidade b ou vice-versa ($a > b$ ou $a < b$), já sabemos mais do que sabíamos com a afirmação $a \neq b$. À primeira vista parece um acréscimo irrelevante, mas não é. Quando comparamos distribuições inteiras, afirmar que a quantidade de desigualdade em uma distribuição é maior ou menor que outra pode ser objeto de várias controvérsias (é verdade que isso raramente ocorre por dificuldades na comparação de a e b e, mais frequentemente, por não haver consenso sobre como medir a e b).

O que muitas vezes buscamos é saber quanto a é maior ou menor que b. Para isso, porém, precisamos de uma definição um pouco mais detalhada de desigualdade. Para afirmar, por exemplo, que a é muito maior do que b ou vice-versa (denotamos $a \gg b$ ou $a \ll b$), precisamos ser capazes de medir a desigualdade. É por isso que as medidas e as representações gráficas de desigualdade dependem tanto da forma como essa desigualdade é definida.

Nos estudos sobre desigualdades coexistem várias definições. Cada definição traz consigo implicações éticas. De certo modo, é possível dizer que a cada medida ou índice utilizado corresponde uma definição distinta de desigualdade. Isso não quer dizer, porém, que os diferentes estudos não compartilham elementos comuns em suas definições. As noções de desigualdade podem ser agrupadas em grandes "famílias" ou conjuntos com características semelhantes.

David Champernowne e Frank Cowell (1998) sugerem que existem pelo menos duas abordagens importantes para a mensuração da desigualdade. A primeira é analisar as desigualdades absolutas, relacionadas a diferenças, e a segunda, as desigualdades relativas, associadas a razões. Um exemplo ajuda a entender a diferença entre esses dois tipos de desigualdade. Suponhamos uma situação inicial bem simples: uma população de apenas duas pessoas, Ana (a) e Beatriz (b), que têm, respectivamente, os rendimentos \$1 e \$3. Que existe desigualdade entre essas pessoas é evidente; o que não é tão claro assim é quanta desigualdade existe: por um lado, Beatriz recebe \$2 a mais do que Ana e, por outro, Beatriz recebe três vezes mais do que Ana.

A desigualdade absoluta entre Ana e Beatriz pode ser medida pela diferença (subtração) entre seus rendimentos, isto é, \$3 - \$1 = \$2. A desigualdade relativa, por sua vez, pode medir-se pela razão (divisão) entre os dois rendimentos, ou seja, \$3 ÷ \$1 = 3. Há outros modos de medir desigualdades, mas, para nossos propósitos neste momento, esses são adequados. Para tentar sintetizar essas noções, vamos tratar as desigualdades absolutas como algo que se mede por diferenças e as desigualdades relativas como algo que se mede por razões, embora existam maneiras melhores de fazer essa mensuração.

O que está sendo feito aqui é uma distinção dos tipos de mensuração da desigualdade a partir de duas abordagens básicas, diferenças e razões. O objetivo dessa distinção é tornar mais claros os significados que o conceito de desigualdade assume. Indiscutivelmente há desigualdade entre a e b quando

$a - b \neq 0$ (diferença) ou $a \div b \neq 1$ (razão). Essas duas abordagens medem desigualdade de forma bastante distinta, mas é perfeitamente possível combiná-las, criando novas medidas de desigualdade. Por exemplo, podemos criar um índice, que vamos chamar I, no qual a desigualdade é medida por $I = (a - b) \div b$, combinando, portanto, desigualdades absolutas e relativas e produzindo uma nova noção de desigualdade. Isso ajuda a entender como diferentes formas de mensuração da desigualdade implicam, no limite, distintas definições de desigualdade.

No exemplo da desigualdade entre Ana e Beatriz, apesar de 3 ser um número maior do que 2, não é possível dizer que a desigualdade relativa entre essas pessoas é maior do que a desigualdade absoluta, pois as unidades usadas não são comparáveis (as medidas são $2 e 3, e não $2 e $3 ou 2 e 3). As duas abordagens medem coisas diferentes, mas possuem uma relação entre si. Porque medem coisas diferentes, variações em um tipo de desigualdade nem sempre são acompanhadas por variações no outro tipo. É perfeitamente possível que as desigualdades absolutas de uma distribuição aumentem e, apesar disso, as desigualdades relativas se mantenham estáveis.

Vamos multiplicar por dois os rendimentos das pessoas do exemplo e recalcular a desigualdade entre elas. Ana passa a receber $2 (2 x $1) e Beatriz, $6 (2 x $3). O que ocorreu com as medidas de desigualdade? A distância ou desigualdade absoluta cresceu para $4 (diferença $6 - $2), mas a desigualdade relativa se manteve (razão $6 ÷ $2 = 3), apesar do crescimento generalizado dos rendimentos. Uma análise baseada na abordagem das desigualdades absolutas (diferenças) diria que, ao longo do tempo, a população se tornou mais desigual, ao passo que a conclusão baseada na abordagem das desigualdades relativas (razões) seria de que o nível de desigualdade tem se mantido estável. Fica claro, portanto, que, embora as duas abordagens tratem de desigualdades, as noções por trás delas levam a medidas de coisas diferentes.

Não existe uma definição "correta" de desigualdade, mas o costume é usar o termo "desigualdade" para fazer referência às desigualdades relativas e, para as desigualdades absolutas, usam-se termos como "disparidade" ou "distância". E, embora seja comum dizer que sociedades muito desiguais são "sociedades polarizadas", essas duas noções são distintas da ideia de *polarização*, a qual diz respeito ao agrupamento de indivíduos em posições distantes na estrutura social, e não será discutida neste livro.

As medidas de desigualdade mais famosas, como, por exemplo, o índice de Gini ou os índices de Theil, variam apenas quando ocorrem variações na desigualdade relativa. Entre as representações gráficas mais conhecidas, a Curva de Lorenz e as Curvas de Concentração representam apenas desigualdades relativas, enquanto a Curva de Quantis (Parada de Pen) e a Curva de Lorenz Generalizada também permitem a visualização de desigualdades absolutas. A escolha por uma ou outra abordagem é instrumental, isto é, depende dos propósitos da análise, e nada impede que duas (ou mais) abordagens sejam utilizadas simultaneamente – na verdade é até mesmo recomendável sempre analisar mais de uma.

Desigualdade de quê?

Quando se fala em desigualdade, o que está subjacente é a desigualdade na distribuição de algo entre indivíduos, agrupamentos ou categorias. "Indivíduos", aqui, podem ser tanto pessoas como famílias ou algum outro grupo. São comuns, por exemplo, análises da desigualdade na distribuição de salários entre trabalhadores. Nesse caso, os salários são o objeto da distribuição e os trabalhadores, os indivíduos. A resposta imediata para a pergunta "desigualdade de quê?" neste exemplo é "salários", mas a questão fundamental por trás disso é "o que os salários representam?".

Essa questão é fundamental para a condução de qualquer estudo sobre desigualdade, mas foge ao nosso objetivo aqui discuti-la. As representações gráficas examinadas adiante permitem a apresentação de vários tipos de desigualdade. A maioria delas foi desenvolvida para representar desigualdades na distribuição de rendimentos, mas é perfeitamente possível utilizá-las para representar coisas bem diversas, como, por exemplo, a distribuição do número de filhos segundo famílias ou da área territorial segundo municípios. Portanto, deve-se ter em mente que os exemplos a seguir são baseados em distribuições de rendimentos, mas com alguns ajustes é possível representar várias outras distribuições.

Um ponto que merece atenção é a diferença entre *desigualdade de rendimentos* e *desigualdade de bem-estar*. Muitas vezes a resposta verdadeira para a pergunta "desigualdade de quê?" em análises da distribuição de renda seria "bem-estar". Como é muito difícil medir bem-estar, vários estudos o tratam como sinônimo de renda. Para a construção das representações da desigualdade não faz muita diferença qual a distribuição em questão, mas do ponto de vista substantivo há quem julgue que a distribuição da renda não é um indicador seguro da distribuição do bem-estar. Basta imaginar, por exemplo, que um centavo apresenta poderes de compra diferentes nas zonas urbana e rural para entender que talvez alguma transformação na distribuição dos rendimentos seja necessária para uma melhor aproximação da distribuição do bem-estar. É possível enumerar outras razões para diferenciar níveis de renda de níveis de bem-estar – por exemplo, a existência de bens não mercantis, como os serviços públicos gratuitos diferenciando o nível de bem-estar de pessoas com os mesmos rendimentos.

A maior parte das medidas e representações da desigualdade é indiferente ao que é distribuído. Portanto, apesar de muito importante, a discussão sobre as diferenças entre renda e bem-estar não será tratada neste livro. O objetivo das ressalvas acima é apenas destacar que há elementos na análise da desigualdade de qualquer distribuição que estão além das decisões sobre como representar a desigualdade.

2

Representações gráficas da desigualdade

Diferentes representações, diferentes significados

Existe pouca dúvida sobre a importância de analisar a desigualdade nas distribuições de rendimentos. A questão principal talvez seja como fazer isso. Há várias formas de definir desigualdade, e para cada uma delas há diferentes recursos para representar essa desigualdade em uma distribuição. As representações gráficas são um desses recursos. Elas permitem visualizar de maneira bastante direta e simples uma distribuição, bem como comparar os níveis de desigualdades de diferentes distribuições. De certo modo, elas são a porta de entrada para o debate sobre a mensuração da desigualdade.

A abordagem gráfica é um primeiro passo seguro em qualquer análise sobre desigualdade em uma distribuição. Medidas de desigualdade conhecidas, como o coeficiente de Gini e os índices de Theil, sintetizam a informação da desigualdade em um único valor. Para muitos propósitos essa síntese é altamente desejável. Porém, a síntese realizada por estes ou qualquer outro indicador implica perda de informação sobre a distribuição como um todo, informação que muitas vezes é mantida quando a desigualdade é representada de forma gráfica.

Medidas e representações gráficas da desigualdade de renda não servem apenas para estudar distribuições de rendimentos. A maioria – senão todas – dessas medidas pode ser aplicada a praticamente qualquer tipo de distribuição composta por valores intervalares. Uma Curva de Lorenz, por exemplo, pode ser usada para representar a desigualdade nas distribuições do número de filhos nas famílias, do tempo livre entre trabalhadores, da área geográfica segundo municípios e muitas outras. A aplicação delas à renda, porém, é talvez a mais conhecida e simples maneira de estudá-las.

Existem inúmeras maneiras de representar graficamente uma distribuição de rendimentos. Neste livro nos concentramos em apenas quatro: a Parada de Pen (e as Curvas de Quantis a ela associadas), a Curva de Lorenz, a Curva de Lorenz Generalizada e as Curvas de Concentração. A mais simples e intuitiva é a Parada de Pen; a mais famosa e usada é a Curva de Lorenz. Elas representam coisas distintas, mas relacionadas. Essas quatro representações são importantes porque são o ponto de partida para entender melhor boa parte do debate sobre medidas de desigualdade.

A Parada de Pen é uma metáfora extremamente criativa e simples usada para descrever uma distribuição de renda. Nela a desigualdade de rendimentos é associada à desigualdade na altura das pessoas. Esse recurso chama a atenção para o fato de que, se a altura das pessoas fosse proporcional a suas rendas, viveríamos em uma sociedade formada por uma grande massa de anões e uma pequena elite de gigantes. A representação gráfica mais comumente associada à Parada de Pen é a Curva de Quantis.

A Curva de Lorenz é uma construção simples que indica quanto cada fração da população detém da renda total. Ela é muito útil, entre outros motivos, porque facilita a comparação de distribuições entre grupos com níveis de riqueza diferentes ou de distribuições de uma mesma população entre distintos momentos no tempo.

A Curva de Lorenz Generalizada é uma modificação da Curva de Lorenz que traz informações sobre a forma e o nível da distribuição, tal como a Curva de Quantis. Trata-se de uma ferramenta extremamente útil para comparar níveis de bem-estar de diferentes distribuições sem que a comparação seja afetada pelos tamanhos das populações. Ela é um dos principais instrumentos usados em análise de dominância de bem-estar entre distribuições.

Uma Curva de Concentração é uma das formas de representação gráfica da concentração de algo entre grupos ou indivíduos. Curvas de Concentração têm várias aplicações, como o estudo da progressividade da distribuição de serviços públicos segundo grupos de renda ou a análise da distribuição dos componentes da renda total das famílias.

Com essas representações gráficas é possível analisar os efeitos distributivos de várias políticas e entender como elas podem reduzir desigualdades. Tais representações permitem, por exemplo, estudar o comportamento histórico da desigualdade, avaliar quem se beneficia de serviços públicos, ou ainda comparar os efeitos sobre a desigualdade de políticas focalizadas, universais e de crescimento. Também possibilitam identificar o nível de crescimento equivalente a uma transferência de renda focalizada ou ainda as consequências distributivas de erros de focalização.

Existem várias obras de referência que tratam das representações gráficas da desigualdade. Em português, no entanto, a quantidade de material é mais limitada. José Rossi (1982) apresenta, em *Índices de desigualdade de renda e medidas de concentração industrial*, aplicações da Curva de Lorenz e da Curva de Concentração na análise da elasticidade do consumo domiciliar, da progressividade do sistema tributário e da inflação sobre a distribuição de renda com base em metodologias desenvolvidas por Nanak Kakwani.

A principal obra em português sobre o assunto é o livro *Distribuição de renda: medidas de desigualdade e pobreza*, de Rodolfo Hoffmann (1998), naturalmente mais atualizada que a anterior. Muito completo e rigoroso, o livro de Hoffmann discute o assunto em vários capítulos, usando Curvas de Lorenz para abordar inúmeros aspectos importantes da mensuração da desigualdade. Além disso, o livro traz exercícios com respostas que ajudam a compreender melhor como a desigualdade pode ser mensurada. Uma geração inteira de pesquisadores da desigualdade foi formada pelo livro de Hoffmann, que é uma leitura obrigatória para todos aqueles com interesse em se aprofundar no assunto.

Uma discussão sobre o significado do termo “desigualdade” pode ser encontrada em *Distribution and development*, de Gary Fields (2002), que, bastante objetivo e didático, apresenta vários temas referentes à mensuração da pobreza, da desigualdade e da mobilidade social. Embora o livro não seja um manual de medidas de desigualdade, Fields dedica um capítulo inteiro à construção e comparação de Curvas de Lorenz, com atenção especial à análise de dominância. Já uma análise dos elementos a serem considerados na seleção das variáveis que formam a distribuição analisada encontra-se em *The economics of inequality*, de Atkinson (1975), e uma abordagem muito mais profunda sobre o que deve ser medido em estudos sobre desigualdade está no livro *Inequality reexamined*, de Sen (1995), publicado em português sob o título *Desigualdade reexaminada* (Sen, 2001).

O manual *Measuring inequality*, de Frank Cowell (1995), é particularmente interessante no que diz respeito às interpretações das diferentes medidas de desigualdade. Sendo, porém, uma reedição de um livro do final da década de 1970 (Cowell, 1977), a obra perde em comparação a manuais mais recentes. Outro manual que traz uma abordagem gráfica fortemente intuitiva é *Economic inequality and income distribution*, de Champernowne e Cowell (1998), onde a discussão sobre mensuração é relacionada a teorias sobre os determinantes da desigualdade e aplicada a casos reais. O livro de Peter Lambert (2001) *The distribution and redistribution of income* é muito completo no que diz respeito às medidas de desigualdade e às funções de bem-estar.

Parada de Pen e Curvas de Quantis

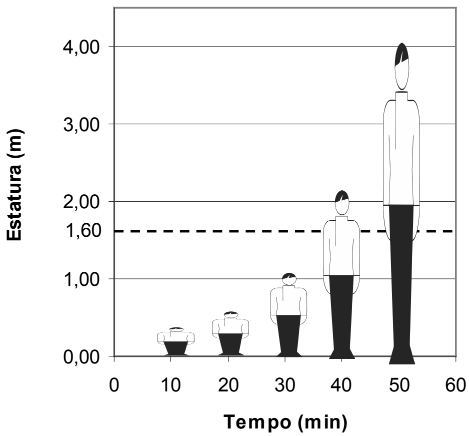
O desfile de anões: a Parada de Pen

Como representar a distribuição de rendimentos em uma sociedade de uma maneira que seja ao mesmo tempo rigorosa, intuitivamente simples de ser compreendida e capaz de transmitir a todos a gravidade da existência de desigualdades sociais? Essa era uma questão importante no final da década de 1960, quando diversas representações descreviam distribuições de rendimentos, mas a maioria delas era de difícil compreensão para as pessoas que não possuíam familiaridade com o assunto. Isso mudou no início dos anos 1970, quando o economista holandês Jan Pen desenvolveu uma maneira extremamente criativa e convincente de representar a desigualdade na distribuição de renda em uma sociedade, a Parada de Anões e uns Poucos Gigantes, também conhecida hoje como Parada de Pen.

O que a Parada de Anões de Pen faz é descrever a desigualdade de renda a partir da imagem da desigualdade na altura das pessoas. Nem todos se impressionam muito quando tomam conhecimento de que, em uma sociedade, um terço da população recebe, por exemplo, menos de metade da renda média; todavia, quase ninguém seria insensível à cena de uma sociedade onde um terço da população é composto de anões com menos de 80 cm de altura. No livro *Income distribution: facts, theories, policies*, Jan Pen (1971), professor de economia da Universidade de Groningen, na Holanda, lança mão do forte apelo que a imagem das desigualdades na altura das pessoas tem para dar uma ideia de como a desigualdade de renda na Inglaterra era elevada.

Imagine uma sociedade em que as pessoas têm altura proporcional à renda. As pessoas com renda equivalente à média teriam a altura média dessa sociedade; quem tivesse renda menor que a média seria mais baixo que a estatura média, e quem tivesse renda maior, mais alto. Agora imagine essas pessoas colocadas em fila, ordenadas segundo sua altura: as mais baixas – e, portanto, mais pobres – primeiro, e as mais altas – e ricas – depois. Agora imagine essas pessoas em uma parada, marchando durante uma hora. Esse desfile das pessoas ordenadas segundo sua altura proporcional à renda por uma hora é a Parada de Pen.

Parada de Pen



O que chama a atenção na imagem da Parada de Pen é que, para grande parte dos países do mundo, essa é uma parada de muitos anões e pouquíssimos gigantes. Nos primeiros minutos desfilam pessoas de altura diminuta, muito menor do que a altura de qualquer anão que conhecemos. Em seguida, pessoas um pouco maiores, mas ainda anãs, desfilam por bem mais da metade do tempo da parada. Nos últimos minutos, porém, começam a passar gigantes de uma altura descomunal, várias vezes maiores – porque são mais ricos – que todos.

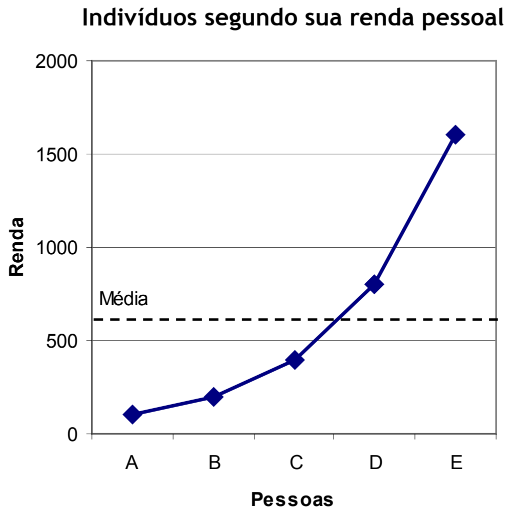
As Paradas de Pen são comumente mencionadas para descrever a distribuição dos rendimentos domiciliares *per capita* da população, mas a imagem pode ser usada para representar a distribuição não apenas de qualquer tipo de renda, mas de quaisquer medidas de quantidade.

Geralmente a metáfora do desfile de uma hora é usada em narrativas sobre a desigualdade na distribuição de rendimentos em uma sociedade, para ajudar os leitores a interpretar dados apresentados. Existem representações gráficas dessa distribuição, normalmente um pouco diferentes da imagem da parada de anões, que também costumam ser chamadas de Gráficos da Parada de Pen, porque transmitem informações muito semelhantes. É o caso, por exemplo, das Curvas de Quantis, que antecedem em muito a metáfora de Pen.

A Curva dos Quantis

Imagine uma população ordenada segundo sua renda, com as pessoas mais pobres primeiro e as mais ricas depois. Se dividirmos essa população em dez partes iguais, teremos dez *décimos*, o primeiro sendo o décimo mais pobre, e o último, o décimo mais rico da população. Cada fronteira entre um décimo e outro é uma separatriz. A essa fronteira se dá o nome de *decil*. O termo "decil" serve para denominar cada *quantil* de uma distribuição fracionada em dez partes.

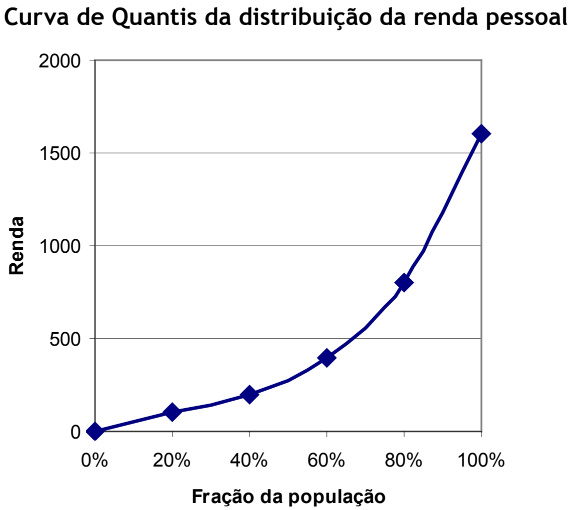
Um *quantil* é uma separatriz, o valor da fronteira que divide diferentes estratos da população ordenada. Por exemplo, em uma população estratificada em três grupos com a mesma quantidade de pessoas, o valor da renda da primeira pessoa do segundo estrato, isto é, o ponto onde termina o primeiro terço da população é, na prática, o primeiro quantil. Se a população fosse dividida em dez partes iguais, haveria nove quantis separando cada um dos décimos e um ponto para o valor máximo, que para todos os efeitos pode ser entendido como o décimo quantil. A mediana, nesse caso, seria o quinto quantil. Embora no caso de números pares de pessoas entre estratos o mais preciso seja calcular o ponto médio entre as pessoas para definir a separatriz, na prática se adota a renda da última pessoa do estrato como demarcação do quantil.



O desfile de anões ajuda a entender como se constrói uma Curva de Quantis. Imagine que, em vez da estatura, as pessoas sejam realmente representadas em um gráfico por suas rendas. Agora imagine que essas pessoas sejam colocadas em fila, como na Parada de Pen, ordenadas da menor para a maior renda. Se unirmos os pontos que representam as rendas, a curva resultante formará uma imagem muito semelhante à que teríamos com a altura das pessoas no desfile, como acima. O problema é que, para representar milhões de pessoas em uma população, teríamos que marcar milhões de pontos em um gráfico. A solução é escolher algumas pessoas, para que estas representem várias outras com características semelhantes. Se tomássemos uma população com milhões de pessoas e a dividíssemos em, digamos, cem partes iguais, seria muito mais fácil escolher apenas uma pessoa em cada uma dessas partes para representar as demais e marcar apenas cem pontos no gráfico.

Quais pessoas escolher? Por que não a última, isto é, a mais rica de cada grupo? O valor da renda da última pessoa de cada grupo, que define cada quantil da distribuição, pode ser usado para representar graficamente esse grupo. A nomenclatura para descrever cada uma dessas fronteiras é bastante conhecida nos estudos sobre distribuição de renda. Em uma população estratificada em cem partes iguais, as fronteiras são chamadas centis; de uma estratificação em dez partes resultam decis; em cinco partes, quintis e, em quatro, quartis.

A Curva de Quantis é uma forma de representar graficamente a distribuição da renda em uma sociedade. Trata-se de um gráfico de duas dimensões no qual o eixo horizontal representa quantidades de pessoas por meio de frações da população (os quantis) e o eixo vertical representa o valor da renda das pessoas. A Curva de Quantis é, na verdade, a base geralmente usada para construir a metáfora da Parada de Pen; a renda das pessoas é convertida em altura, e os quantis da população, em minutos da parada, começando do zero. Se a população for fracionada em dez partes iguais, cada décimo corresponderá a seis minutos da Parada de Pen.



Como existe uma associação entre o desfile de anões e a Curva de Quantis, é muito comum que esta última seja também chamada de Gráfico da Parada de Pen ou, simplesmente, Parada de Pen, apesar da diferença no que os eixos representam. O mais frequente é encontrar gráficos denominados Parada de Pen que não possuem eixos para estatura e tempo, sendo, na verdade, Curvas de Quantis ou similares. Não é importante tentar manter uma separação conceitual rigorosa entre ambas, porque na prática não apenas as Curvas de Quantis são conhecidas como Paradas de Pen como também as duas representam basicamente a mesma coisa.

A maior parte das Curvas de Quantis de distribuições reais de rendimentos tem um formato sinuoso, crescendo de modo acelerado, porém breve, logo após a renda zero, e mantendo-se sem crescimento expressivo até frações mais altas da população. No extremo mais rico, as curvas costumam se inclinar rapidamente em direção a valores de rendimentos muito mais altos que os observados ao longo da distribuição. É bom lembrar que essa descrição não está levando em consideração rendimentos negativos (por exemplo, perdas de poupança), como é praxe nos estudos sobre desigualdade, mas nada impede que estas também sejam representadas nos gráficos caso isso seja importante.

A Curva de Quantis de uma distribuição perfeitamente igualitária seria uma linha reta paralela ao eixo horizontal. Uma sociedade claramente segmentada entre elite e massa é caracterizada por uma Curva de Quantis relativamente horizontal na maior parte da distribuição e uma forte inclinação nos estratos mais ricos, com um formato próximo a um L invertido (da direita para a esquerda).

Diferença entre frações e quantis

É muito comum encontrar expressões do tipo "a população pobre do primeiro decil" ou ainda "o grupo de referência usado foi a população do último quintil de renda". Mas se um decil é um ponto na distribuição, como pode um grupo de população pertencer a esse ponto? A rigor, as pessoas não pertencem a centis, decis, quintis ou quartis de população, mas a centésimos, décimos, quintos e quartos, respectivamente. Mais fácil talvez seja entender que, analogamente, as pessoas pertencem às metades e não à mediana da distribuição.

No entanto, é frequente o uso das palavras descritoras dos quantis para fazer referência aos "n-ésimos", as frações da população. Em parte isso se deve a uma tradução imediata dos termos *centile*, *decile* e *quintile*, usados com certa frequência em inglês para representar essas frações, embora essas expressões em inglês, rigorosamente falando, também se refiram aos pontos e não aos intervalos. Esse pequeno equívoco não constitui exatamente um problema, uma vez que todos sabem que a "população de um decil" é certamente a população de um determinado décimo da estratificação, mas não custa muito tentar usar os termos mais corretos e evitar possíveis confusões.

Em alguns casos se encontra o termo "fractil" sendo usado como sinônimo de "quantil". Trata-se também de uma tradução imediata do termo inglês *fractile*, mas que raramente se usa e, portanto, é recomendável evitar.

Parada de Pen: centis ou centésimos?

As Curvas de Quantis são muitas vezes chamadas de Gráficos da Parada de Pen. Há, porém, um outro tipo de curva, muito similar, que também é chamado de Gráfico da Parada de Pen: a curva dos rendimentos médios das frações de população. Essas frações também são chamadas de estratos. A curva dos rendimentos médios compõe um gráfico de duas dimensões onde, no eixo horizontal, estão os pontos medianos dos estratos ou frações da população (geralmente centésimos) e, no eixo vertical, o valor da renda média de cada estrato. A diferença em relação a uma Curva de Quantis, portanto, é muito pequena. As duas apresentam praticamente a mesma informação.

Em geral essa curva é traçada usando-se o rendimento médio dos centésimos da população, mas é perfeitamente possível adotar outro tipo de divisão, como décimos ou milésimos. Na prática, quando se usam cem pontos, as duas curvas são muito semelhantes. A diferença entre elas só se destaca nos estratos mais ricos da população, com a curva construída a partir dos centésimos apresentando valores mais baixos que a curva dos centis. Quanto maior o número de estratos (e, portanto, quanto menor seu tamanho), menor tende a ser a diferença entre as curvas, porque em geral a desigualdade dentro dos estratos se reduz com o tamanho dos estratos. Com mil estratos, a diferença entre as curvas é imperceptível. Já as diferenças entre curvas de quintis e quintos, por exemplo, são mais facilmente visíveis.

Em síntese, não há uma distinção muito grande na construção e entre as informações transmitidas pelas Curvas de Quantis e pelas curvas de médias dos estratos. Por exemplo, no eixo horizontal de uma curva de centis, marca-se a fronteira entre os estratos na última pessoa do centésimo; na curva de centésimos, marca-se o ponto mediano, a pessoa cuja posição é o meio do centésimo. No eixo vertical, marca-se, respectivamente, o valor do rendimento da última pessoa do centésimo (estrato) ou o valor do rendimento médio das pessoas do centésimo.

O que usar, médias dos estratos (frações) ou quantis? Não existe uma resposta única para uma pergunta como essa. A rigor, a melhor representação da forma da distribuição real seria feita com um ponto para cada indivíduo, se essa informação existisse. Como é mais fácil construir gráficos com números menores de pontos, usar valores que representam os estratos implica uma preferência pela facilidade operacional em detrimento da precisão da informação, um procedimento totalmente aceitável quando os estratos são pequenos. Cada vez mais tem sido comum o uso de médias dos centésimos para a construção de gráficos, porque muitos julgam que uma média representa mais adequadamente as características de cada estrato. Porém, quando é desejável realizar comparações com trabalhos anteriores que utilizaram quantis, a escolha costuma ser por privilegiar a comparabilidade, mantendo o mesmo padrão de representação. Se a meta é relacionar o Gráfico da Parada de Pen a Curvas de Lorenz, usar quantis (isto é, Curvas de Quantis) é uma boa ideia, pois as Curvas de Lorenz são traçadas a partir de valores de quantis. Acima de tudo, o importante é ter clara a diferença entre os dois tipos de curva no momento de interpretar os resultados… e lembrar que a expressão "Gráfico da Parada de Pen" é usada para denominar várias coisas semelhantes!

Construindo Paradas de Pen e Curvas de Quantis

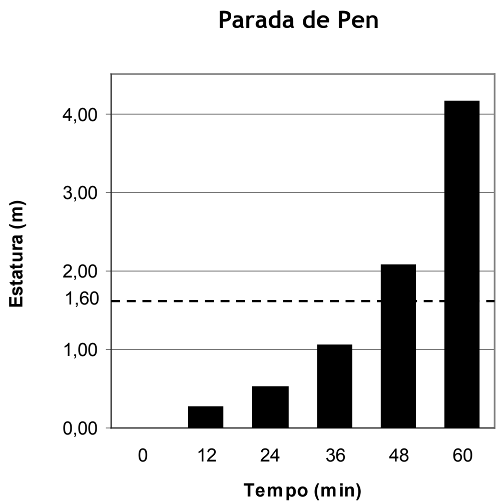
Para construir uma Parada de Pen a partir de dados de uma distribuição, vamos supor uma população composta por apenas cinco pessoas, Ana, Beatriz, Carolina, Débora e Elisa. Para representar essas pessoas usaremos a primeira letra de seus nomes, A, B, C, D e E. Agora vamos atribuir uma renda (ou rendimento, se preferir) a cada uma dessas pessoas – respectivamente, \$100, \$200, \$400, \$800 e \$1600. A soma de todas as rendas é \$3100. Como são cinco pessoas, a renda média dessa população é \$620. Vamos também supor que todas as pessoas que tiverem rendas menores que \$250 podem ser consideradas pobres. Teremos, portanto:

Pessoa	A	B	C	D	E
Renda	100	200	400	800	1600

Para ilustrar a distribuição usando a metáfora da Parada de Anões, convertemos as rendas em estaturas de um modo bastante simples. Como a renda média deve corresponder à estatura média da população, é feita uma mudança de escala dividindo-se todas as rendas da distribuição pelo valor da renda média (\$620) e multiplicando-as por 1,60m, supondo ser esta a estatura média da população em questão. Como existem apenas cinco pessoas no desfile de uma hora, a primeira delas só passará depois de decorridos os primeiros doze minutos da parada, como mostra a tabela a seguir.

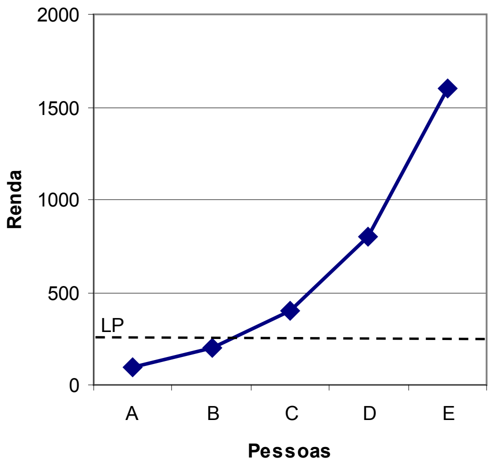
Pessoa	A	B	C	D	E
Tempo (min)	12	24	36	48	60
Estatura (m)	0,26	0,52	1,03	2,06	4,13

Em seguida, usamos um gráfico de barras para ilustrar a Parada de Pen, com cada barra correspondendo a uma pessoa. A estatura média das pessoas, 1,60m, é indicada por uma linha horizontal. Depois de iniciado o desfile, passa a primeira anã, A, cuja minúscula estatura é pouco superior a um palmo. O desfile continua e, durante mais da metade do tempo, apenas anãs estão marchando. Apenas aos 48 minutos da parada passa a primeira pessoa com altura superior à média, D. A última pessoa a desfilar é E, uma gigante de mais de quatro metros de altura. A pessoa E é *dezesseis* vezes mais alta que a pessoa A. O mais impressionante é que, para grande parte dos países do mundo, a parada do exemplo *é menos desigual do que a realidade*, se forem comparadas as primeiras e as últimas pessoas do desfile.



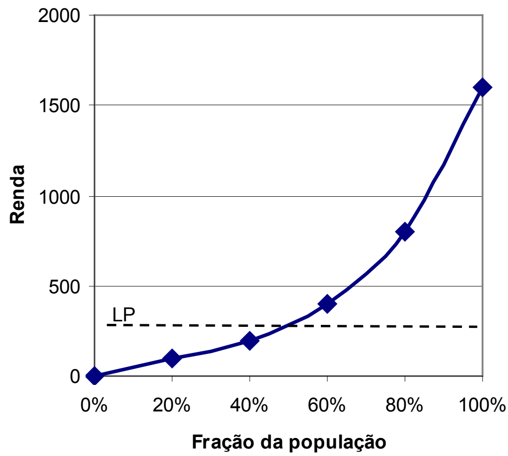
Para ilustrar a mesma distribuição de renda, porém usando diretamente os eixos renda e pessoas, geralmente são adotados gráficos de linhas unindo os pontos de renda das pessoas, inclusive a “pessoa zero”. O gráfico a seguir faz isso e ilustra uma linha de pobreza (LP, no caso, $250) dividindo a população entre pobres e não pobres, mas não inclui a “pessoa zero” para simplificar a figura. Seria possível marcar também qualquer outro tipo de estratificação baseada na renda, assim como seria possível registrar valores negativos no eixo vertical.

Distribuição da renda pessoal na população ABCDE



O gráfico acima foi facilmente traçado pessoa a pessoa porque o tamanho da população usada como exemplo é pequeno. Em populações maiores, o gráfico poderia ser construído para pontos representativos como, por exemplo, centis ou rendas médias dos centésimos, mas sua forma seria praticamente a mesma se a quantidade de pontos representativos usada fosse grande. A Curva de Quantis a seguir é uma forma de representar a distribuição de rendimentos facilmente associada à metáfora da Parada de Pen. Note que o formato é o mesmo, mas no eixo horizontal, em vez de pessoas, são representadas frações da população.

Curva de Quantis da distribuição da renda pessoal na população ABCDE



E no caso de amostras expandidas, o que muda? Na maioria das vezes, a informação sobre os rendimentos de uma população provém de pesquisas amostrais. Uma amostra precisa ser expandida para representar a população. Isso se faz por meio da ponderação das unidades de observação, que podem ser indivíduos, famílias, etc. No caso de indivíduos, essa ponderação se faz pela multiplicação da informação de cada indivíduo por um peso que indica quantas pessoas ele deve representar. Quando a informação provém de amostras, portanto, as Paradas de Pen destinadas a ilustrar o que ocorre na população são construídas a partir dos valores expandidos das amostras.

O breve exemplo acima mostra que na prática é simples construir uma Curva dos Quantis de uma distribuição real da população segundo renda domiciliar *per capita*. Como ela é um gráfico de duas dimensões no qual no eixo horizontal são representadas as quantidades de pessoas por meio de frações da população (os quantis) e, no eixo vertical, os valores dos rendimentos das pessoas, o primeiro passo é a) colocar essa população em ordem crescente de renda. Em seguida, b) divide-se a população em quantos estratos for conveniente. Em geral a divisão em cem partes iguais é bastante razoável e fácil de ser feita. Se dados amostrais estiverem sendo utilizados, a ponderação para expansão da amostra deve ser levada em conta na estratificação. Feito isso, c) determina-se o valor do rendimento na posição da separatriz de cada quantil (centil, no caso) ou o valor médio do rendimento de cada centésimo da população. Após isso, basta d) montar um gráfico de dispersão onde os rendimentos são marcados no eixo vertical, e os centis, no eixo horizontal. É comum que as Curvas de Quantis sejam truncadas de modo a não representar os valores mais elevados de rendimentos. Isso é feito para melhorar a apresentação gráfica da curva e permitir uma observação mais detalhada das desigualdades entre os quantis iniciais da distribuição.

A Curva de Quantis traz informações muito semelhantes às trazidas pela curva de densidade da distribuição acumulada dos rendimentos, ou seja, a curva que representa qual fração acumulada da população recebe abaixo de determinado valor de rendimento, e que é construída marcando-se os valores de rendimento no eixo horizontal e as frações de população acumulada no eixo vertical (o contrário da Curva de Quantis). Aliás, a função da Curva de Quantis é a inversa da função de densidade da distribuição dos rendimentos, como se verá adiante.

A interpretação da forma da Curva de Quantis é bastante direta. O que ela representa são as diferenças absolutas de rendimentos na população. Se não houvesse desigualdade, a curva seria uma linha horizontal, paralela ao eixo da população, na altura dos rendimentos médios. Portanto, quanto mais a curva se assemelhar a um L invertido (da direita para a esquerda), maior será a disparidade de rendimentos. A curva permite avaliar, por exemplo, se a população é constituída por uma grande e homogênea massa de baixa renda separada de uma pequena porém rica elite de altos rendimentos. Também permite representar facilmente uma linha de pobreza ou qualquer outro estrato de rendimentos.

Curvas de populações diferentes ou de uma mesma população ao longo do tempo (na prática são populações diferentes) podem ser comparadas desde que as unidades monetárias sejam as mesmas. Isso pode exigir deflacionamento ou conversão cambial dos valores dos rendimentos. Uma curva sempre mais alta que outra indica que os rendimentos na população mais alta são melhores para todos os estratos da população. Se as curvas se cruzam, uma parte da população tem rendimentos maiores, mas outra parte não.

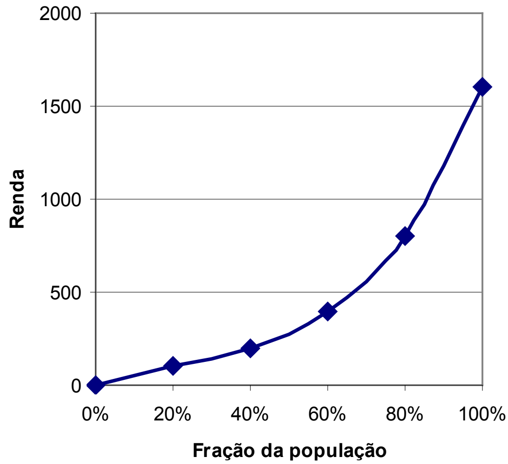
A simples comparação do nível de duas curvas não permite dizer em que população a disparidade (desigualdade absoluta) dos rendimentos é mais alta. Para isso é necessário comparar a forma das duas curvas, ou seja, o quanto cada uma se distancia de uma linha horizontal e se aproxima de um L invertido.

Parada de Pen, Curvas de Quantis e distribuições de frequência

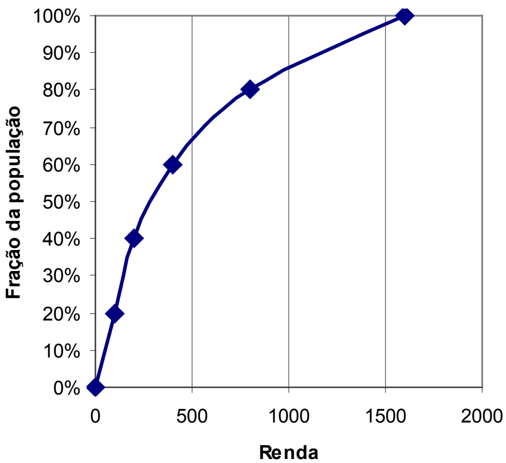
Quando usamos uma Curva de Quantis para ilustrar uma Parada de Pen, representamos os quantis no eixo horizontal do gráfico e as rendas no eixo vertical. Com isso, a forma típica dessa curva é a de um L invertido (da direta para a esquerda). O que aconteceria se trocássemos os eixos, isto é, se representássemos os quantis no eixo vertical e os rendimentos no eixo horizontal? O formato dessa nova curva se pareceria, desta vez, com um L de cabeça para baixo. Essa é uma imagem familiar para muitas pessoas porque esse tipo de curva é o mesmo da representação de uma distribuição de frequência relativa acumulada dos rendimentos.

Gráficos da Curva de Quantis (Parada de Pen) e da curva de distribuição de frequência acumulada, usando os mesmos dados e a mesma escala

Curva de Quantis



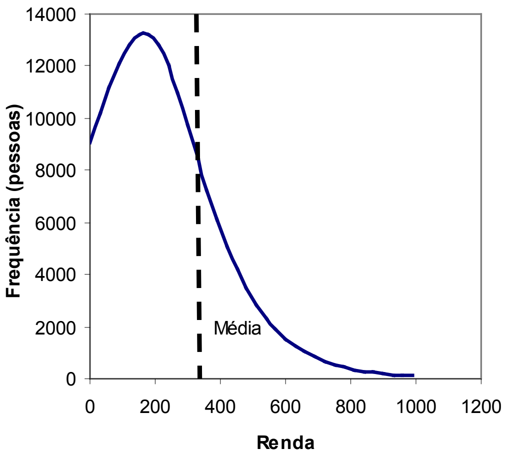
Curva de distribuição de frequência acumulada



A relação representada pela curva de frequência relativa acumulada é também conhecida como *função de densidade padronizada* de uma distribuição. É útil saber isso porque, por aproximação, uma Parada de Pen pode ser representada por uma transformação da função de densidade da distribuição dos rendimentos.

Imagine agora que, no eixo vertical, marcássemos o número de pessoas que têm uma determinada renda e, no horizontal, continuássemos a marcar os valores dos rendimentos. Essa curva, que mostra quantas pessoas recebem cada valor de renda, é a curva da distribuição de frequência absoluta e tem um formato bem diferente daquela que representa a frequência acumulada. Na Parada de Pen não é possível observar que a maioria das pessoas tem rendimentos mais baixos? Na curva da distribuição de frequência, isso se manifesta em um formato em que o pico da curva fica mais à esquerda do gráfico, o que permite dizer que em geral as distribuições de frequência da renda são assimétricas em relação à média dos rendimentos, tendendo para os valores menores.

Gráfico da distribuição de frequência dos rendimentos, com a média destacada



Gráficos de distribuição de frequência já existiam muito antes de Jan Pen elaborar sua metáfora. Diga-se de passagem, Cowell (1995), na rica discussão da literatura sobre desigualdade feita no apêndice de um de seus livros, menciona que a Parada de Pen foi antecipada por Schutz (1951), no artigo *On the measurement of income inequality*, publicado na *American Economic Review*. A razão para apresentar os gráficos de distribuição de frequência neste livro *depois* da Parada de Pen é simplesmente facilitar o entendimento da relação que existe entre ambos. Na verdade, não é necessário ter em mente a Parada de Pen para entender o que contêm esses gráficos. Uma distribuição de frequência é algo como uma lista de quantas vezes cada valor da distribuição ocorre. Conte as ocorrências, ordene-as segundo o valor ocorrido (e não o número de ocorrências), e pronto, você construiu uma distribuição de frequências. Para fazer um gráfico da distribuição dos rendimentos pessoais, por exemplo, conte quantas pessoas têm rendimento igual a 1, 2, 3, e assim sucessivamente, e depois marque os rendimentos no eixo horizontal e, no eixo vertical, o número de vezes que cada rendimento ocorre.

As informações apresentadas pelos gráficos da distribuição de frequência relativa acumulada dos rendimentos e da Curva de Quantis (Gráfico da Parada de Pen) são as mesmas, mas, por causa da metáfora do desfile de anões, a maioria das pessoas tem mais facilidade para interpretar esta última, por isso a Parada de Pen é muito mais usada. Por esse mesmo motivo, nos Gráficos da Parada de Pen, seja ela representada por Curvas de Quantis ou de rendimentos médios dos estratos, é bem mais fácil apresentar indicações das linhas de pobreza ou das fronteiras entre estratos sociais de uma maneira simples de entender.

Há boa literatura sobre a Parada de Pen e as curvas a ela associadas. Em *The economics of inequality*, Atkinson (1975) faz uma apresentação sucinta e direta da metáfora de Pen com exemplos da distribuição de rendimentos no Reino Unido, mas não oferece uma representação gráfica. Cowell (1995), também usando exemplos do Reino Unido, apresenta a metáfora, constrói uma Curva de Quantis e a compara com gráficos de distribuição simples, acumulada e em escala logarítmica da frequência dos rendimentos. Em português e usando um exemplo do Brasil (São Paulo), Hoffmann (1998), em *Distribuição de renda: medidas de desigualdade e pobreza*, discute de modo bastante detalhado os elementos envolvidos na construção da curva e suas características.

Curva de Lorenz

De todas as ferramentas gráficas usadas para representar a desigualdade em uma distribuição, a Curva de Lorenz é a mais conhecida. Diferentemente dos Gráficos da Parada de Pen, as Curvas de Lorenz representam exclusivamente a desigualdade relativa, ou seja, são indiferentes ao nível da distribuição. Entender isso é importante porque ajuda a compreender que informações uma Curva de Concentração traz, uma vez que a Curva de Lorenz pode ser entendida como uma Curva de Concentração em que a variável de ordenação é a mesma da distribuição. Esse entendimento também estabelece as bases para esclarecer outro assunto tratado adiante, a multiplicação dos valores da Curva de Lorenz pela média da distribuição para obter a Curva de Lorenz Generalizada.

Em 1905, o economista americano Max Otto Lorenz (1876-1959) publicou um artigo que influenciaria praticamente todos os estudos posteriores no campo da desigualdade. Lorenz discutiu os métodos existentes à época e propôs uma forma de analisar a desigualdade que hoje é chamada de Curva de Lorenz. Curiosamente, Lorenz desenvolveu a curva que leva seu nome e o tornou internacionalmente famoso enquanto era estudante de doutorado, mas jamais a utilizou em sua tese sobre transporte ferroviário. O artigo original de Lorenz (1905), *Methods of measuring the concentration of wealth*, foi publicado no *Journal of the American Statistical Association*, um volume muito difícil de encontrar nas bibliotecas. Por esse motivo, Sreenivasan Subramanian (2001) republicou o artigo na íntegra em *Measurement of inequality and poverty*, um livro que não só é relativamente simples de ser conseguido como também traz vários outros artigos importantes no campo.

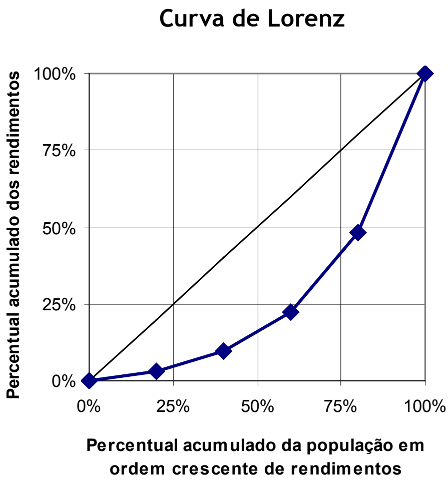
Comparar a desigualdade em uma população muito rica com a desigualdade em uma população muito pobre usando gráficos como os da Parada de Pen é uma tarefa complicada. Esses tipos de gráfico usam informações sobre os níveis absolutos de riqueza; se o nível de riqueza das populações é diferente, a comparação se torna mais difícil, pois é preciso distinguir em que medida as curvas se diferenciam devido à desigualdade interna de cada população (concentração de riqueza) ou à desigualdade entre as duas populações (diferença nos níveis de riqueza).

A metáfora de Jan Pen é muito posterior ao artigo de Lorenz, mas o problema que este último buscava resolver era, em parte, semelhante ao colocado acima: como comparar facilmente a desigualdade entre populações de tamanhos ou níveis de renda diferentes? A Curva de Lorenz foi uma solução muito importante para esse problema porque frequentemente permite,[1] por exemplo, comparações da situação de um país ao longo dos anos ou comparações entre países. Além disso, ela pode ser usada para o estudo não só da concentração de riqueza, mas de inúmeras outras distribuições.

A construção de uma Curva de Lorenz é algo muito simples. Nesse gráfico, um eixo representa as frações acumuladas da população e o outro representa as frações acumuladas da

[1] Há situações em que a comparação das Curvas de Lorenz não permite conclusões seguras sobre a diferença da desigualdade em duas distribuições.

riqueza total. Em sua formulação original, a curva apresentava as percentagens da população no eixo vertical e as percentagens da riqueza no eixo horizontal. Atualmente, a posição dos eixos costuma ser invertida e os gráficos são traçados colocando-se as frações de população na horizontal e as frações da renda (ou outra variável) no eixo vertical.



Cowell (1995) propõe uma metáfora interessante, semelhante à da Parada de Pen, para se entender a Curva de Lorenz. Imagine toda a renda de uma sociedade transformada em um imenso bolo. Imagine agora um desfile no qual cada pessoa, ao começar a marchar, recebe uma fatia do bolo proporcional a sua renda. Se essas pessoas entrarem no desfile ordenadas segundo suas rendas, os primeiros a marchar receberão fatias pequenas do bolo, e os últimos, fatias bem maiores. À medida que as pessoas vão entrando no desfile, o bolo vai sendo cortado e entregue a elas. De tempos em tempos, verifica-se quanto ainda resta do bolo. Isso dirá, por exemplo, quanto do bolo foi distribuído para os 10% mais pobres da população. Essa verificação prossegue até todas as pessoas desfilarem. Marcando no gráfico qual a proporção de pessoas que já marcharam e a proporção de quanto foi distribuído do bolo até cada uma delas, tem-se uma Curva de Lorenz.

A primeira informação que a Curva de Lorenz dos rendimentos nos dá é sobre qual é a fração dos rendimentos acumulada até determinado estrato da população. Em uma distribuição perfeitamente igualitária, os dez por cento mais pobres da população devem receber dez por cento da renda, metade da população, metade da renda, e assim sucessivamente. Se isso ocorresse, a Curva de Lorenz seria uma linha reta com inclinação de 45 graus no gráfico. Essa linha é chamada de Linha da Perfeita Igualdade e é usada como parâmetro de referência para a análise de distribuições reais. Devido ao fato de a população ser colocada em ordem crescente de rendimentos, a Curva de Lorenz de uma população desigual é sempre convexa, isto é, sempre forma um arco abaixo da Linha da Perfeita Igualdade.

Uma maneira intuitiva de entender o nível de desigualdade em uma distribuição a partir da Curva de Lorenz é pensar que, quanto mais distante da Linha da Perfeita Igualdade estiver a curva, isto é, quanto mais pronunciado for o arco da curva, mais desigual será a sociedade. Se, por exemplo, toda a renda fosse apropriada por uma única pessoa da sociedade, a Curva de Lorenz se manteria no nível zero (renda acumulada zero), ao longo do eixo horizontal, até a penúltima pessoa, e bruscamente saltaria para a renda acumulada igual a cem por cento na última pessoa, formando um arco que teria na verdade o formato de um L invertido da direita para a esquerda. Uma curva com esse formato é também conhecida como Curva da Desigualdade Máxima. Essa interpretação intuitiva é importante porque ajuda a entender não só o que significa dominância de Lorenz, um conceito importante para comparar a desigualdade de duas distribuições, como também o que é o índice de Gini, provavelmente a medida mais conhecida no campo dos estudos sobre desigualdade.

Construindo uma Curva de Lorenz

Para construir uma Curva de Lorenz passo a passo, vamos voltar ao exemplo de uma população composta por apenas cinco pessoas, A, B, C, D e E. O primeiro passo é ordenar as pessoas segundo sua renda, das mais pobres às mais ricas. Depois montamos a distribuição da população acumulada, isto é, somamos a população acumulada até cada pessoa. Fazemos o mesmo para a distribuição da renda acumulada. No exemplo, até a pessoa B (inclusive ela) foram acumulados $300; até a D, $1500; e até a última pessoa, E, toda a renda ($3100) foi acumulada.

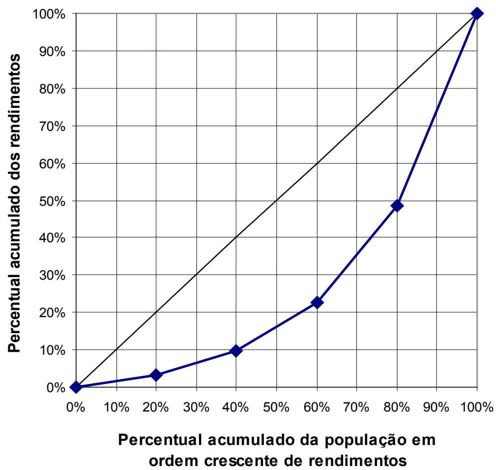
Rendimentos pessoais e população acumulados

Pessoa	A	B	C	D	E
Rendimento pessoal	100	200	400	800	1600
População acumulada	1	2	3	4	5
Renda acumulada	100	300	700	1500	3100
Fração da população acumulada	20%	40%	60%	80%	100%
Fração da renda acumulada	3%	10%	23%	48%	100%
Linha da Perfeita Igualdade	20%	40%	60%	80%	100%

Agora que temos a população e a renda absolutas acumuladas, vamos transformar essa distribuição em uma distribuição relativa acumulada dividindo os valores da população e da renda acumuladas até cada pessoa por, respectivamente, o tamanho da população (cinco pessoas) e o valor da soma de todas as rendas ($3100). Cada pessoa contribui com 20% da população. Os $300 acumulados até B, por exemplo, correspondem a aproximadamente 10% da renda total, e os $1500 até D, a cerca de 48% da renda total.

Por último, traçamos a Linha da Perfeita Igualdade, para servir de parâmetro de análise. Como se trata de uma população de cinco pessoas, se a renda fosse perfeitamente distribuída, cada pessoa receberia um quinto do total. Nesse caso, até cada pessoa seriam acumulados mais 20% da população e mais 20% da renda. O resultado seria um gráfico com o formato abaixo. Nele é fácil ver que cerca de metade da renda é recebida pelos 20% mais ricos da população (na verdade, uma única pessoa) e que 10% da renda total – uma fração pequena – precisa ser dividida entre os 40% mais pobres da população. Trata-se de uma distribuição bem desigual, mas ainda assim melhor do que a observada em parte dos países do mundo.

Curva de Lorenz da renda pessoal na população ABCDE



Esse procedimento pode ser sintetizado em quatro etapas:

a) ordenar a população segundo rendimentos;

b) acumular as frações de 0% a 100% da população;

c) acumular as frações de 0% a 100% dos rendimentos;

d) marcar as frações acumuladas de população no eixo horizontal e as frações de rendimentos acumulados no eixo vertical.

Que pontos usar para construir as curvas? Como se trata de renda acumulada até um ponto da distribuição, é natural que se usem quantis – como os centis ou decis. Até meados da década de 1980 era comum encontrar Curvas de Lorenz construídas a partir dos rendimentos acumulados até os decis de população. Isso em geral ocorria como resultado de dificuldades computacionais ou da carência de informações detalhadas sobre a distribuição dos rendimentos. Porém, décimos de população formam intervalos muito grandes, o que dificultava uma comparação mais precisa de distintas Curvas de Lorenz sempre que havia desigualdade elevada dentro dos décimos. Posteriormente, as Curvas de Lorenz de populações reais passaram a ser traçadas usando os rendimentos acumulados até os centis, porque isso trazia uma quantidade de informação sobre as distribuições mais adequada para a análise. Atualmente é perfeitamente possível construir Curvas de Lorenz com milhões de pontos, usando rendimentos acumulados até cada fração de população definida por um único indivíduo. Vale lembrar que, nos casos em que a informação provém de pesquisas amostrais, a construção das curvas destinadas a representar a população utiliza os dados ponderados pelos pesos de expansão da amostra.

Nas Curvas de Lorenz são usadas frequências acumuladas relativas, isto é, cada valor como uma fração do total, porque isso assegura independência em relação às escalas. Essa independência constitui uma propriedade conhecida como *invariância à escala*, a qual facilita, por exemplo, a comparação de populações que têm tamanhos diferentes ou que usam moedas distintas, o que seria difícil de fazer em um Gráfico da Parada de Pen, por exemplo.

Há situações, porém, em que seria desejável representar valores absolutos no gráfico da Curva de Lorenz para refletir certos tipos de estratificação da sociedade. Poderíamos, por exemplo, querer identificar qual a renda acumulada pelo estrato dos pobres ou ainda pelo grupo populacional cuja renda está acima da média. Na Curva de Lorenz isso precisa ser feito por meio da posição desses estratos na distribuição da população. Se os pobres constituem 40% da população, registra-se essa posição no eixo horizontal para verificar, no eixo vertical, que a renda apropriada por eles é, digamos, apenas 8% da renda total. O mesmo pode ser feito para o valor da renda média ou qualquer outro valor absoluto da distribuição. Uma característica desse tipo de representação é que, na posição correspondente ao valor da média da distribuição, a inclinação da Curva de Lorenz é de 45 graus, isto é, paralela à Linha da Perfeita Igualdade.

Na Curva de Lorenz também é possível usar frações de população de tamanhos desiguais, embora isso não seja comum. As frações usadas geralmente são décimos ou centésimos, mas pode-se construir a curva com qualquer outro tipo de divisão, apesar de isso parecer desnecessário a partir de certo ponto. Para muitas distribuições, a diferença entre uma curva construída a partir de centésimos e outra a partir de milésimos da população é dificilmente perceptível. Frações muito grandes, como quartos ou quintos da população, devem ser evitadas, pois não permitem visualizar adequadamente desigualdades nos estratos mais elevados.

A curva pode ser construída para orçamentos com valores negativos, mas isso geralmente não é feito, inclusive porque muitas medidas de desigualdade, que geralmente acompanham a análise das Curvas de Lorenz, não se definem para valores negativos.

Comparações de curvas com valores negativos exigem atenção especial, cuja discussão foge ao escopo deste livro. No caso de rendimentos negativos, mas com média da distribuição positiva, a curva se iniciaria abaixo do eixo vertical, indicando uma acumulação negativa de rendimentos.

Algumas pessoas usam a nomenclatura das separatrizes (decis, centis) para se referir às frações de população (décimos, centésimos). Isso geralmente acontece quando elas mencionam os rendimentos acumulados *até* os decis ou centis. Embora não seja correto dizer "a renda acumulada no segundo centil", pois o centil é apenas um ponto, essa é uma prática corrente e tolerável, pois refere-se à "renda acumulada até o segundo centil". Um pouco de cautela ajuda a evitar essa confusão.

Como se verá adiante, no capítulo dedicado à comparação de distribuições, o contraste entre os rendimentos acumulados até uma fração qualquer da população de duas distribuições fornece um critério apenas parcial de comparação. Se os 30% mais pobres de uma população detinham 10% dos rendimentos e, após algum tempo, passam a deter 15% dos rendimentos, é possível dizer que a distribuição dos rendimentos melhorou em favor deles (como um grupo), mas não que a desigualdade na sociedade diminuiu. Primeiro, porque a desigualdade interna nesses 30% mais pobres pode ter aumentado e, segundo, porque a desigualdade no restante da distribuição pode também ter se tornado maior.

Curva de Lorenz Generalizada

As Curvas de Lorenz Generalizadas são instrumentos muito usados na análise de dominância de segunda ordem entre distribuições. Elas trazem informações sobre o nível e a forma das distribuições, tal como as Curvas de Quantis. Sua construção é muito simples e consiste em multiplicar os valores da Curva de Lorenz pela média da distribuição. Vista de outro ângulo, a Curva de Lorenz Generalizada é uma Curva de Lorenz que não foi normalizada pela renda. Devido a essa transformação, a Curva de Lorenz Generalizada representa o comportamento da renda acumulada ao longo da população.

A Curva de Lorenz Generalizada é uma modificação da Curva de Lorenz na qual a fração acumulada dos rendimentos até cada fração da população é multiplicada pelo rendimento médio da distribuição. Devido a essa multiplicação, a curva generalizada traz informações sobre a forma e o nível da distribuição, tal como o Gráfico da Parada de Pen e sua versão na forma de Curva de Quantis. A Curva de Lorenz Generalizada, embora não tenha uma interpretação tão intuitiva e direta quanto as Curvas de Quantis, é muito útil para alguns tipos de estudo, em particular as chamadas análises de dominância de segunda ordem, onde níveis de rendimento (ou outra variável relacionada a bem-estar) nos vários pontos de duas distribuições são comparados.

Embora o assunto já houvesse sido discutido no debate sobre funções de bem-estar social desde meados dos anos 1970 (Kakwani, 1977), a expressão "Curva de Lorenz Generalizada" foi cunhada na década seguinte pelo matemático e economista inglês Anthony Shorrocks (1983) no artigo *Ranking income distributions*, que tem como ponto de partida um famoso teorema de Anthony Atkinson (1970), publicado anos antes. Nesse artigo, Shorrocks generaliza para Curvas de Lorenz de médias distintas um teorema de Atkison referente à comparação de Curvas de Lorenz de mesma média.

Essa generalização foi um passo muito importante. O teorema generalizado permite a ordenação (análise de dominância) do nível de desigualdade de duas distribuições em termos de bem-estar.

A ferramenta principal para essa ordenação são as Curvas de Lorenz Generalizadas. Deve-se notar que o artigo de Atkinson suscitou um debate com o economista indiano Amartya Sen na primeira edição de *On economic inequality*, de 1973, em que Sen argumenta ser possível realizar ordenamentos parciais, mas não ordenamentos completos de distribuições. O livro de Sen foi republicado várias vezes e conta com uma edição expandida, que contém um anexo no qual várias ideias iniciais são atualizadas e comentadas, inclusive discutindo o artigo de Atkinson (Sen; Foster, 1997).

A Curva de Lorenz (não generalizada) tornou-se uma ferramenta extremamente importante para a análise da desigualdade de uma distribuição. A partir dela, tornou-se simples decidir se uma distribuição é mais ou menos desigual que outra. Uma das características da Curva de Lorenz é que ela representa bem a forma de uma distribuição ao mesmo tempo em que é indiferente ao nível dessa distribuição. A Curva de Lorenz tem propriedades tais que, mesmo que todos os rendimentos de uma população sejam duplicados, sua forma permanece a mesma. Essa característica é o que permite, por exemplo, comparar a desigualdade entre países muito ricos e muito pobres.

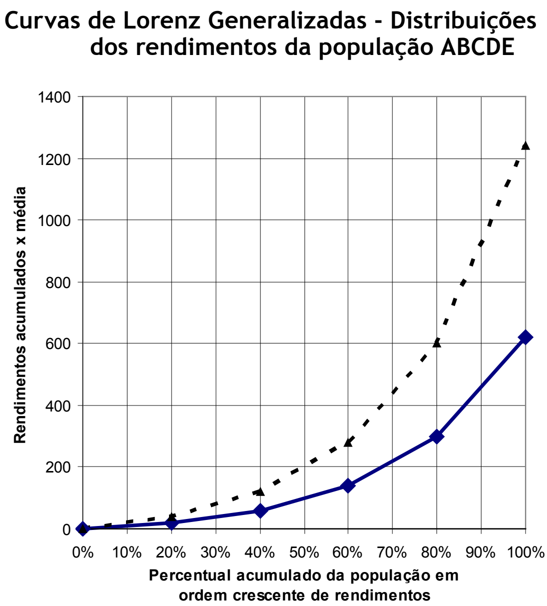
No entanto, informações sobre o nível das distribuições também são muito importantes. Elas permitem dizer, por exemplo, se um aumento da desigualdade ao longo do tempo se deu sob circunstâncias onde todos ganharam, mas os mais ricos ganharam mais que os demais, ou se os mais ricos ganharam à custa dos mais pobres. Com a multiplicação das frações dos rendimentos pela média, a curva passa a expressar também o que ocorre com o nível dos rendimentos.

Construindo uma Curva de Lorenz Generalizada

A Curva de Lorenz de uma distribuição é o ponto de partida para a construção da Curva de Lorenz Generalizada. Para produzir a curva generalizada, cada fração de rendimento acumulado até uma determinada parte da população é multiplicada pela média dos rendimentos (o que equivale a deixar de normalizar a Curva de Lorenz por rendimentos). O exemplo abaixo toma como ponto de partida a Curva de Lorenz da distribuição ABCDE. O rendimento médio dessa distribuição é $620. A fração da renda acumulada até a pessoa A é 3% (0,03) e até a pessoa B é 10% (0,10). Multiplicando $620 por 0,03, por 0,10 e pelos demais valores da fração de renda acumulada, obtemos $20, $60, até $620, no caso da pessoa E. Essas são as coordenadas do eixo vertical da Curva de Lorenz Generalizada.

Pessoa	A	B	C	D	E
Renda pessoal	100	200	400	800	1600
Renda média	620	620	620	620	620
População acumulada	1	2	3	4	5
Renda acumulada	100	300	700	1500	3100
Fração da população acumulada	20%	40%	60%	80%	100%
Fração da renda acumulada	3%	10%	23%	48%	100%
Lorenz Generalizada	20	60	140	300	620
Linha da Perfeita Igualdade	20%	40%	60%	80%	100%

O gráfico a seguir mostra como seria a curva da população ABCDE. Vamos chamá-la de distribuição 1. Para ajudar a visualizar uma comparação entre curvas generalizadas, é traçada uma segunda curva, que representa uma distribuição com exatamente o mesmo nível de desigualdade, mas média duas vezes maior. Esta poderia, por exemplo, ser a distribuição 1 após um crescimento puro de 100%, isto é, um crescimento sem mudanças na distribuição. Vamos chamá-la de distribuição 2.



A curva pontilhada representa a distribuição 2, isto é, a distribuição depois do crescimento de 100%; a média dessa distribuição é $1240. A curva contínua representa a distribuição 1, cuja média é $620. Elas partem de duas Curvas de Lorenz idênticas, mas depois da generalização é possível observar que a distribuição 2 é sempre mais alta que a distribuição 1, o que indica que todas as pessoas da segunda distribuição têm mais rendimentos que as pessoas da distribuição original. Do ponto de vista do nível de rendimentos, a situação das pessoas da distribuição 2 é indiscutivelmente melhor que a das pessoas da distribuição 1.

O que mais se pode observar na comparação das duas distribuições? Fica claro que, na segunda distribuição, a distância (isto é, a diferença de rendimentos) entre os ricos e pobres é muito maior que a distância na distribuição original, apesar de a desigualdade entre as duas distribuições ser exatamente a mesma. Isso mostra, por exemplo, que, mesmo quando a desigualdade relativa (razão) permanece constante ao longo do tempo, a desigualdade absoluta (diferença) entre ricos e pobres pode aumentar.

Algebricamente, multiplicar os valores das frações do rendimento acumulado pelo rendimento médio equivale a dividir o rendimento acumulado em cada ponto pelo tamanho da população. No exemplo da tabela acima, para a pessoa B, multiplicar \$620 por 0,10 (média por fração acumulada) é o mesmo que dividir \$300 por 5 (renda acumulada por população). Quais as implicações disso?

Ora, como os valores são divididos pela população total, torna-se perfeitamente possível comparar distribuições de populações diferentes sem que o tamanho dessas populações interfira na comparação. O crescimento de uma população ao longo do tempo, por exemplo, não afeta diretamente a forma da curva generalizada. Como o tamanho da população não importa, o que podemos concluir é que a principal informação trazida pela Curva de Lorenz Generalizada diz respeito à distribuição dos rendimentos acumulados até cada quantil da população. Esses rendimentos sofrem uma pequena transformação, de modo que o total acumulado passa a ter o valor do rendimento médio.

A Curva de Lorenz Generalizada e a Curva de Quantis (Gráfico da Parada de Pen) guardam semelhanças no conteúdo das informações, mas representam coisas diferentes. Ambas trazem informações sobre a forma e o nível das distribuições de rendimentos e são indiferentes ao tamanho da população. Porém, enquanto a primeira representa o comportamento da renda acumulada ao longo da população, a segunda representa o rendimento em cada quantil da população (ou a média em cada estrato). Uma vez que o rendimento acumulado está diretamente relacionado com os valores dos rendimentos ao longo da população, no fim das contas as duas curvas trazem informações muito semelhantes, sendo a Curva de Lorenz Generalizada uma ferramenta mais prática para análises de dominância e a Curva de Quantis um instrumento mais intuitivo de apresentação da desigualdade de rendimentos.

Curva de Concentração

As Curvas de Concentração são uma representação que guarda semelhanças com a Curva de Lorenz. Porém, enquanto esta se refere à distribuição de uma única variável ao longo da população, aquelas são construídas a partir da distribuição de duas variáveis na população. Na verdade, a Curva de Lorenz pode ser entendida como um caso particular de Curva de Concentração.

A posição e a inclinação de uma Curva de Concentração em relação à linha de igualdade indicam a progressividade da distribuição. Por esse motivo, essa curva é muito usada para a análise da distribuição de transferências, bens e serviços públicos segundo grupos de renda ou ainda para o estudo da distribuição dos componentes da renda total das famílias. Assim como no caso das Curvas de Lorenz, a forma das Curvas de Concentração é independente do tamanho da população, da magnitude das variáveis de ordenação e da magnitude total da variável distribuída.

O termo "curva de concentração" foi cunhado pelo físico e estatístico indiano Prasanta Mahalanobis (1960) em *A method of fractile graphical analysis*, um estudo que usava esse recurso gráfico para descrever os diferentes padrões de consumo na população da Índia. Mahalanobis notou que as Curvas de Concentração eram uma extensão da Curva de Lorenz que poderia ser útil para entender o comportamento dos consumidores. A popularização das Curvas de Concentração se deu em boa parte devido ao artigo *Applications of Lorenz Curves in economic analysis*, de Nanak Kakwani (1977), que posteriormente trataria dessas curvas em detalhe em *Income* *inequality and poverty* (Kakwani, 1980), um livro muito completo, mas de leitura exigente em conhecimentos matemáticos.

O termo "concentração" é usado muitas vezes para indicar injustiças. Dizemos, por exemplo, que as melhores escolas de uma região estão concentradas em determinadas cidades para expressar a existência de uma distribuição espacial desigual. Também dizemos que a concentração da renda é muito alta para indicar que existe uma elevada desigualdade na distribuição das rendas, de modo que grande parte delas está concentrada nas mãos de uma pequena parcela da população.

Porém, nem sempre a concentração é algo negativo, relacionado a distribuições regressivas. Por exemplo, ao dizer que os gastos com assistência social estão concentrados na população mais pobre, podemos tratar isso como algo positivo. As Curvas de Concentração são úteis para fazer julgamentos de valor, avaliações da progressividade ou regressividade da transferência de bens, serviços, tributos ou rendas.

Tão importante quanto saber se uma distribuição é concentrada é saber em quem ela é concentrada. Quando um rendimento se concentra nos mais pobres, a distribuição desse rendimento tende a ser progressiva, isto é, tende a contribuir para a redução da desigualdade. Quando se concentra nos mais ricos, a distribuição de um rendimento tende a ser regressiva. "Progressivo", aqui, significa algo que tende a tornar a sociedade mais igual. Assim, quando se trata de tributos, a mecânica se inverte: é a concentração nos mais ricos que faz uma distribuição ser progressiva.

A noção de *concentração* usada nas Curvas de Concentração diz respeito à distribuição de uma variável em uma população classificada segundo uma outra variável. Por exemplo, a distribuição do número de filhos (uma variável) em diferentes classes sociais (outra variável) dá uma noção de como os filhos estão concentrados em um determinado grupo. Outros exemplos de análise da concentração seriam o estudo do acesso a serviços públicos segundo diferentes grupos de renda ou mesmo o recebimento de rendas de previdência de acordo com os níveis de renda familiar. Uma Curva de Concentração é uma das formas de representação gráfica da concentração de algo segundo grupos ou indivíduos.

Assim como a Curva de Lorenz, a Curva de Concentração é um gráfico de frações de uma distribuição acumulada marcadas contra frações de outra distribuição acumulada. Na Curva de Lorenz temos, por exemplo, frações de rendimentos acumulados do trabalho distribuídas entre frações da população de trabalhadores ordenada segundo seus rendimentos do trabalho. A variável da distribuição e da ordenação é a mesma. Em uma Curva de Concentração, poderíamos ter frações de rendimentos acumulados do trabalho distribuídas entre frações da população ordenada segundo sua renda familiar *per capita*. Poderíamos também ter frações contra frações, mas com variáveis de distribuição e ordenação diferentes.

A interpretação de uma Curva de Concentração é muito direta. Ela nos diz, por exemplo, que parte dos rendimentos de juros de uma sociedade são recebidos pelas famílias mais ricas, em termos de renda familiar *per capita*. Trata-se de uma interpretação muito semelhante à da Curva de Lorenz, distinta, porém, pelo fato de as variáveis da distribuição e da ordenação serem diferentes. Na verdade, talvez seja mais fácil compreender isso se imaginarmos que a Curva de Lorenz é um caso particular das Curvas de Concentração em que as variáveis da distribuição e ordenação são as mesmas. Aliás, conceitos aplicáveis às Curvas de Lorenz, como a noção de dominância, também se aplicam às Curvas de Concentração. Similarmente, a análise de Curvas de Concentração é facilitada com o uso de uma Linha da Perfeita Igualdade de 45 graus traçada no gráfico.

Curvas de Concentração são úteis para vários propósitos. Em estudos sobre desigualdade social, elas são particularmente importantes para estudar a distribuição de serviços públicos segundo grupos de renda e para analisar a distribuição dos componentes da renda total das famílias, tais como rendimentos do trabalho, aposentadorias, doações, etc.

Neste último caso, de decomposição da renda total segundo fontes de rendimentos (fatores), a regra geral é que, quanto maior for a participação de uma fonte no total, mais próxima sua Curva de Concentração estará da Curva de Lorenz dos rendimentos totais. Um bom recurso para ajudar na análise da desigualdade dos componentes da renda total, portanto, é traçar no mesmo gráfico a própria Curva de Concentração da renda total, que no caso será a Curva de Lorenz da renda total. Quanto mais distantes os pontos da Curva de Concentração de uma fonte de rendimentos estiverem dos pontos da Curva de Lorenz dos rendimentos totais, mais distinto será seu padrão de distribuição.

Construindo uma Curva de Concentração

Para construir uma Curva de Concentração passo a passo, vamos usar o exemplo de uma população composta por apenas cinco pessoas, A, B, C, D e E, e seguir etapas semelhantes às da construção da Curva de Lorenz. Vamos assumir que queremos criar uma Curva de Concentração do Auxílio-Renda, um programa social hipotético, segundo estratos de população ordenada por renda familiar *per capita* para saber quem é beneficiado por esse programa. O primeiro passo é ordenar as pessoas segundo sua renda familiar *per capita*, dos mais pobres aos mais ricos. Depois, montamos a distribuição da população acumulada, isto é, somamos a população acumulada até cada pessoa, e em seguida calculamos as frações acumuladas da renda *per capita*, isto é, o quanto cada fração de renda acumulada ao longo da população representa da renda total.

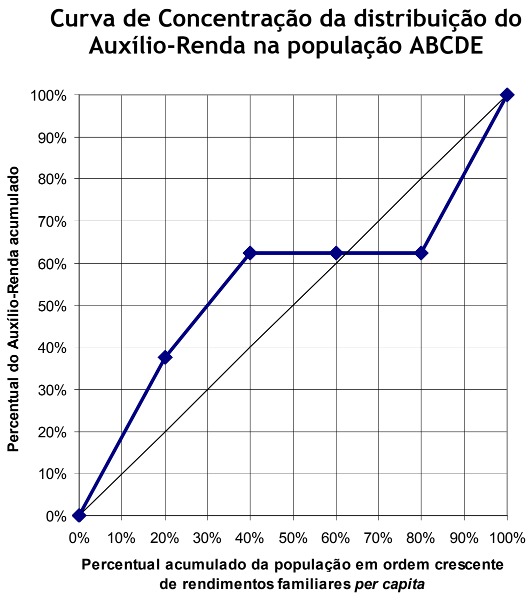
Com isso, teremos frações que vão de 0% a 100% da renda total. Essas frações serão o eixo horizontal do gráfico.

O passo seguinte é calcular quanto do Auxílio-Renda é apropriado pelos 20% mais pobres da população, e assim sucessivamente. Para isso, é necessário manter a população ordenada segundo renda familiar *per capita*, calcular o quanto cada valor de rendimentos de juros representa no rendimento de juros total e acumular as frações desse rendimento ao longo da população. Esse valor será marcado no eixo vertical do gráfico.

O procedimento pode ser sintetizado em quatro etapas: a) ordenar a população por renda familiar *per capita*; b) acumular a fração de 0% a 100% da população; c) acumular a fração de 0% a 100% do Auxílio-Renda; e d) marcar as frações acumuladas de população no eixo horizontal e de juros acumulados no eixo vertical. Seguindo o exemplo, teremos a população ABCDE e as seguintes distribuições:

Pessoa	A	B	C	D	E
Renda familiar *per capita*	300	400	500	700	900
População acumulada	1	2	3	4	5
Auxílio-Renda	300	200	0	0	300
Auxílio-Renda acumulado	300	500	500	500	800
Fração da população acumulada	20%	40%	60%	80%	100%
Fração do auxílio acumulado	38%	63%	63%	63%	100%
Linha da Perfeita Igualdade	20%	40%	60%	80%	100%

A população está ordenada segundo os rendimentos familiares *per capita*. Cada pessoa em uma população de cinco indivíduos representa 20% da população total; até a pessoa B, foram acumulados 40% da população. Nesse mesmo ponto, o Auxílio-Renda acumulado representa 63% do total ($500 até B divididos pelo total, $800). O mesmo se aplica aos demais pontos da curva. Para concluir, traçamos a Linha da Perfeita Igualdade, que serve de referência. Como se trata de uma população de cinco pessoas, se o Auxílio-Renda fosse igualmente distribuído, cada pessoa receberia 20% do total. Nesse caso, até cada pessoa seriam acumulados mais 20% da população e mais 20% do auxílio. O resultado é um gráfico com o formato abaixo.



No gráfico é possível observar que o hipotético Auxílio-Renda é distribuído com certa prioridade aos mais pobres. Os 40% mais pobres recebem mais de 40% do auxílio total (mais precisamente, 63%), razão pela qual a Curva de Concentração está acima da linha de igualdade. É fácil perceber, portanto, que, quando a distribuição for progressiva, a Curva de Concentração estará acima da linha de igualdade. A curva toma forma horizontal quando as pessoas não são beneficiadas pelo programa e volta a se inclinar, desta vez abaixo da linha de igualdade, nos 20% mais ricos, indicando que a partir desse ponto as transferências têm caráter regressivo, isto é, agravam as desigualdades.

Há dois pontos que merecem ser notados no gráfico acima. Primeiro, diferente da Curva de Lorenz, que necessariamente está sempre abaixo da linha de igualdade, uma Curva de Concentração pode estar tanto abaixo quanto acima dessa linha. Segundo, a posição da curva em relação à linha de igualdade indica a progressividade das transferências ou prestação de serviços: pontos acima da linha denotam distribuição progressiva; abaixo, regressiva. A inclinação da curva nas diferentes partes da população indica o grau de progressividade. Quanto mais inclinada na região dos mais pobres, mais progressiva é a distribuição; uma inclinação crescente entre os mais ricos indica regressividade.

Que pontos usar para construir as Curvas de Concentração? Assim como no caso das Curvas de Lorenz, por se tratar de renda (ou outra variável) acumulada até um ponto da distribuição, é natural que se usem quantis – como os centis ou decis. Quando a desigualdade dentro dos estratos é alta, intervalos muito grandes entre os quantis dificultam uma comparação mais precisa de distintas curvas. Salvo situações especiais, gráficos traçados usando rendimentos acumulados até os centis podem ser considerados suficientes para análise, embora seja sempre possível construir Curvas de Concentração com milhões de pontos. Vale lembrar que, nos casos em que a informação provém de pesquisas amostrais, a construção das curvas destinadas a representar a população utiliza os dados ponderados pelos pesos de expansão da amostra.

A forma das Curvas de Concentração é independente do tamanho da população, da magnitude das variáveis de ordenação (renda familiar *per capita*, no exemplo) e da magnitude total da variável distribuída. No exemplo, a forma da curva não se alteraria se os valores de todos os Auxílios-Renda fossem triplicados. Trata-se de propriedades úteis quando são requeridas comparações de populações diferentes, valores inflacionados, moedas distintas, etc.

Há circunstâncias nas quais seria desejável representar valores absolutos no gráfico da Curva de Concentração para refletir a estratificação da sociedade. Na Curva de Concentração, isso precisa ser feito por meio das posições na distribuição da população ordenada. Por exemplo, se os pobres constituem 40% da população, registra-se essa posição no eixo horizontal para verificar, no eixo vertical, que o Auxílio-Renda apropriado por eles é, digamos, 63% da renda total.

Vários tipos de desigualdade representados

Não há dúvida de que a análise da distribuição dos rendimentos é essencial para o estudo da desigualdade social. Se, por um lado, existem várias dimensões relevantes da vida das pessoas que não são adequadamente representadas por seu nível de rendimentos, por outro, é evidente que a disponibilidade de recursos econômicos é um dos elementos que determinam a capacidade das pessoas de escolher como conduzir suas vidas. O estudo da desigualdade na distribuição de rendimentos nos dá um panorama de como essa capacidade se diferencia na população. As representações gráficas da desigualdade são um instrumento simples e eficiente para a realização desse estudo.

Renda e rendimentos são comumente utilizados de forma intercambiável. A expressão "distribuição de renda" é usada para indicar tanto o ato de distribuir renda quanto a forma como essa renda se encontra distribuída. O sentido usado aqui é o segundo, o que implica falar da distribuição de um tipo de rendimento segundo uma categoria; a decisão sobre quais os rendimentos e quais as categorias preferíveis para examinar depende dos propósitos da análise. As representações discutidas aqui foram originalmente formuladas para o estudo da distribuição pessoal dos rendimentos, isto é, a distribuição dos rendimentos segundo indivíduos da população, mas também é possível utilizá-las para a análise da distribuição de outras variáveis (como número de filhos, área geográfica, etc.) e segundo outras categorias (domicílios, empresas, municípios, etc.). Para representar outros tipos de distribuição, por exemplo, a distribuição funcional da renda, existem maneiras mais apropriadas.

Uma distribuição de rendimentos é uma construção que fazemos a partir da observação dos rendimentos das pessoas. A distribuição, em si, não é um fato observável e sim o resultado da organização de observações. A desigualdade (isto é, a forma) é uma das características de uma distribuição dos rendimentos. Uma outra característica seria, por exemplo, o nível dessa distribuição. Para analisar a desigualdade de uma distribuição de rendimentos, é preciso definir *desigualdade*. Há inúmeras maneiras de fazer isso, e várias definições coexistem nos estudos sobre desigualdade. A rigor, a cada medida ou índice de desigualdade usado corresponde uma definição de desigualdade. A escolha por uma ou mais definições é de caráter instrumental, isto é, depende dos propósitos de cada estudo. Porém, é bom ressaltar que essa escolha vem acompanhada de implicações éticas, e nada impede que mais de uma definição seja usada em um mesmo estudo.

As noções de desigualdade podem ser agrupadas em grandes famílias. Uma das várias formas de fazer esse agrupamento é distinguir entre *desigualdades absolutas* e *desigualdades relativas*. É costume usar os termos “diferença” ou “disparidade” para o primeiro tipo de desigualdades e reservar o termo “desigualdade” para o segundo grupo, mas isso não implica uma maior importância para nenhuma das duas classes de definição.

As quatro representações gráficas da desigualdade de uma distribuição de rendimentos discutidas aqui – o Gráfico da Parada de Pen (e outras curvas associadas) e a Curva de Lorenz, a Curva de Lorenz Generalizada e a Curva de Concentração – permitem a análise de vários tipos de desigualdade. O Gráfico da Parada de Pen e a Curva de Lorenz Generalizada fornecem boas representações das desigualdades absolutas – isto é, das diferenças ou disparidades –, enquanto a Curva de Lorenz e a Curva de Concentração são as representações mais usadas das desigualdades relativas.

O Gráfico da Parada de Pen baseia-se em uma metáfora extremamente criativa de Jan Pen para representar as desigualdades sociais, a Parada de Anões e uns Poucos Gigantes. O que essa metáfora faz é descrever a desigualdade nos rendimentos por meio da desigualdade na altura das pessoas. Se cada pessoa tivesse sua altura proporcional aos rendimentos que recebe, seria possível organizar um desfile de uma hora no qual, durante a maior parte do tempo, marchariam anões e, nos últimos minutos da parada, desfilariam gigantes de altura descomunal.

A Parada de Pen é um recurso narrativo. O gráfico mais comumente associado a ela é a Curva de Quantis, um gráfico de duas dimensões no qual o valor dos rendimentos das pessoas é representado no eixo vertical e as frações de população definidas nos quantis são representadas no eixo horizontal. Curvas de Quantis de distribuições reais de rendimentos familiares *per capita* geralmente têm um formato sinuoso, crescendo acelerada, porém brevemente, logo após a renda zero; mantendo-se sem crescimento expressivo até os quantis mais altos; e inclinando-se rapidamente na direção de valores altos de rendimentos nos quantis finais, os gigantes do desfile. Se não houvesse desigualdades na distribuição, a Curva de Quantis seria uma linha reta paralela ao eixo horizontal.

Curvas similares são traçadas usando-se o valor dos rendimentos médios em cada centésimo da população em vez do valor nas separatrizes que determinam cada quantil. Essas curvas também são conhecidas como Gráficos da Parada de Pen ou, simplesmente, Paradas de Pen. Em geral seu formato é bastante semelhante, com uma diferenciação mais evidente apenas nos estratos mais altos. A curva construída a partir dos rendimentos médios dos centésimos tende a apresentar um nível mais baixo do que a Curva de Quantis, particularmente no extremo final da distribuição. Quanto maior o número de estratos (ou seja, quanto menor o tamanho dos estratos), menor tende a ser a diferença perceptível entre as duas curvas. Existe atualmente uma tendência a substituir Curvas de Quantis por curvas construídas usando-se médias dos estratos, mas algumas vezes essa substituição é evitada para garantir comparabilidade com estudos anteriores.

A Curva de Lorenz, por sua vez, é um gráfico no qual o eixo horizontal representa as frações acumuladas da população e o eixo vertical, as frações acumuladas dos rendimentos recebidos por cada fração da população. Uma propriedade interessante da Curva de Lorenz é sua invariância à escala, isto é, sua independência em relação aos níveis absolutos dos rendimentos. Essa característica das Curvas de Lorenz assegura a comparabilidade de distribuições de populações distintas.

Devido ao fato de a população ser colocada sempre em ordem crescente segundo seus rendimentos, a Curva de Lorenz de uma distribuição desigual é sempre convexa, isto é, ela sempre forma um arco abaixo da Linha da Perfeita Igualdade. Quanto mais distante estiver o arco dessa linha, maior será a desigualdade na distribuição.

Frequentemente utilizada em análises de dominância de bem-estar entre distribuições, a Curva de Lorenz Generalizada é uma modificação da Curva de Lorenz na qual a fração acumulada dos rendimentos até cada fração da população é multiplicada pelo rendimento médio da distribuição. Devido a essa multiplicação, as curvas generalizadas trazem informações sobre o nível e a forma das distribuições, tal como as Curvas de Quantis.

Algebricamente, multiplicar os valores das frações do rendimento acumulado pelo rendimento médio é o equivalente a dividir o rendimento acumulado em cada ponto pelo tamanho da população. Logo, a informação trazida pela Curva de Lorenz Generalizada diz respeito à distribuição dos rendimentos acumulados até cada quantil da população, algo similar ao que faz a Curva de Quantis, que se refere aos valores do rendimento em cada quantil de população.

No eixo horizontal do gráfico da curva generalizada, são marcadas as frações acumuladas da população ordenada segundo seu nível de rendimentos e, no eixo vertical, o valor do rendimento acumulado até cada fração da população, que, por construção, é expresso em um intervalo que vai do zero à média. Portanto, 25% e 50% do rendimento acumulado são representados, respectivamente, pelo valor de um quarto e metade da média.

A Curva de Lorenz Generalizada não é invariante à escala. Se o nível absoluto dos rendimentos muda, a forma da curva também muda. Todavia, a curva generalizada é invariante ao tamanho da população. Portanto, a distinção entre as curvas de duas sociedades deve-se apenas ao grau de desigualdade e ao nível de riqueza de suas populações.

Se a Curva de Lorenz Generalizada de uma distribuição é sempre mais alta que a de outra, isso indica que o nível de bem-estar da população como um todo na primeira distribuição é indiscutivelmente melhor que na segunda. Trata-se de uma situação conhecida como dominância de segunda ordem.

As Curvas de Concentração guardam semelhanças com as Curvas de Lorenz. De certo modo estas últimas podem ser entendidas como um caso particular de Curvas de Concentração, que são construídas a partir de duas variáveis: uma para ordenar a população e a outra para construir a distribuição segundo indivíduos ou grupos populacionais ordenados.

A noção de *concentração* usada nas Curvas de Concentração diz respeito à distribuição de uma variável em uma população classificada segundo uma outra variável. Em outras palavras, uma Curva de Concentração é uma das formas de representação gráfica da concentração de algo segundo grupos ou indivíduos. Tal como a Curva de Lorenz, a Curva de Concentração é um gráfico de frações de uma distribuição acumulada marcadas contra frações de outra distribuição acumulada.

Curvas de Concentração são muito usadas para a análise da distribuição dos componentes da renda total das famílias ou o estudo da distribuição de transferências, bens e serviços públicos segundo grupos de renda, pois a progressividade de uma distribuição revela-se nas curvas. Nessas análises, uma boa medida é traçar no mesmo gráfico a própria Curva de Concentração da variável usada para ordenação (a renda familiar, por exemplo), que no caso será a Curva de Lorenz dessa variável. Quanto mais distantes os pontos da Curva de Concentração estiverem dos pontos da Curva de Lorenz, mais distinto será seu padrão de distribuição.

A posição da curva em relação à linha de igualdade indica progressividade das transferências ou da prestação de serviços. Pontos acima da linha significam uma distribuição progressiva e, abaixo, regressiva. A inclinação da curva nas diferentes partes da população, por sua vez, denota o grau de progressividade. Quanto mais inclinada na região dos mais pobres, mais progressiva é a distribuição; por outro lado, a inclinação crescente entre os mais ricos indica regressividade.

Apesar de as Curvas de Lorenz, os Gráficos da Parada de Pen e as Curvas de Concentração serem ferramentas muito úteis para diversos propósitos, elas também possuem limitações. Por exemplo, suas representações de distribuições de rendimentos em diferentes momentos no tempo não distinguem a quem pertencem os rendimentos e, portanto, são insensíveis à mobilidade econômica, embora esta seja muito importante para análises da desigualdade na distribuição de rendimentos no longo prazo.

Existem diversas formas de definir a desigualdade em uma distribuição e distintos recursos para representá-la. As representações gráficas aqui apresentadas são alguns desses recursos e permitem visualizar de modo bastante simples e intuitivo aspectos de uma distribuição, assim como comparar os níveis de desigualdade de diferentes distribuições. Elas são a porta de entrada do debate sobre a mensuração da desigualdade e um caminho seguro para conduzir uma análise sobre a distribuição dos rendimentos.

3

Curvas modificadas, distribuições comparadas

Mudanças na desigualdade e na disparidade

Uma maneira fácil de entender como distribuições podem ser comparadas é analisar o que ocorre após alterações nessas distribuições. Mudanças nas formas do Gráfico da Parada de Pen (ou Curva de Quantis), da Curva de Lorenz ou da Curva de Lorenz Generalizada indicam mudanças nos níveis de desigualdade. No entanto, essas curvas são sensíveis a tipos distintos de "desigualdade". Este capítulo destaca o comportamento dessas representações gráficas após mudanças na forma e no nível da distribuição dos rendimentos.

Usando as noções de *desigualdade* e *disparidade*, analisamos como mudanças na distribuição dos rendimentos encontram respostas diferentes na alteração das formas das curvas. Todas elas têm em seu eixo horizontal as frações acumuladas de população ordenada segundo rendimentos, mas eixos verticais bem diferentes, o que as torna instrumentos destinados a propósitos distintos e complementares: as Curvas de Lorenz, para comparar os níveis de desigualdade sem interposição dos efeitos da disparidade das distribuições; as Curvas de Quantis, para avaliar a disparidade e, em menor grau, a desigualdade entre subgrupos de populações distintas; e as Curvas de Lorenz Generalizadas, para comparar níveis de bem-estar entre distribuições.

Para mostrar como as curvas reagem a diferentes tipos de medidas distributivas são realizados três exercícios, baseados em uma população hipotética e em mecanismos de distribuição simples. Os exercícios consistem em criar um fundo, distribuir o mesmo volume de recursos usando estratégias diferentes e analisar seu impacto nos níveis de desigualdade, disparidade, pobreza e bem-estar da população. As estratégias distributivas incluem realizar transferências de valor fixo, proporcionais à renda – similares a um crescimento puro, sem alteração da desigualdade – e análogas a um programa de renda básica universal; e fazer transferências que promovem equidade, reduzindo desigualdades e disparidades, tal como programas focalizados.

O que está por trás desse exercício é a comparação do que ocorre com a implementação de dois paradigmas de justiça: equidade e igualdade no tratamento das pessoas. Embora os termos "igualdade" e "equidade" sejam muitas vezes usados como sinônimos, neste capítulo eles adquirem significado específico. O paradigma da igualdade de tratamento é aquele que não leva em consideração as diferenças entre indivíduos, ao passo que o paradigma da equidade parte dessas diferenças para definir as regras distributivas.

Pelo paradigma da igualdade, todos os indivíduos devem receber o mesmo tratamento. Implícita nessa noção está a ideia de que as pessoas são todas iguais, têm os mesmos direitos e, portanto, merecem os mesmos recursos em um processo redistributivo. Por exemplo, por esse princípio uma pessoa rica deve ter absolutamente o mesmo tratamento que uma pessoa pobre. Trata-se de um paradigma baseado em uma moralidade de direitos, diferente, porém, das moralidades fundadas em direitos de trabalho ou de propriedade, que julgam justa a distribuição dos recursos de acordo com a contribuição dos indivíduos para sua obtenção. Tal como hoje é expressa, essa ideia remonta a John Locke (1998) e a Jean-Jacques Rousseau (2007) e está nos fundamentos das revoluções Francesa e dos Estados Unidos.

O paradigma da equidade reconhece que os indivíduos são diferentes entre si e, portanto, merecem tratamento diferenciado que elimine ou reduza a desigualdade. Agir com equidade, de modo simplificado, significa reverter desigualdades injustas quando elas existem e tratar igualmente a todos quando não houver desigualdades. Muitas teorias de justiça adotam elementos do paradigma da equidade em sua formulação. Marx, por exemplo, tratando de justiça distributiva entre indivíduos, propõe a conhecida regra "a cada um de acordo com suas necessidades, de cada um de acordo com suas capacidades", que é, fundamentalmente, uma manifestação igualitarista de apoio à equidade (Marx; Engels, 1972). O "princípio da diferença" de John Rawls (1971) igualmente se baseia na ideia de que indivíduos desiguais devem ser tratados de modo desigual para que a desigualdade seja reduzida.

Antes de prosseguirmos, vale a ressalva de que essa esquematização de paradigmas simplifica um debate bastante sofisticado. No sentido usado aqui, paradigmas são grandes agrupamentos cuja criação objetiva apenas facilitar a compreensão das simulações realizadas a seguir; na realidade, uma mesma teoria de justiça pode defender igualdade na distribuição de alguns bens e equidade na distribuição de outros. Por exemplo, o primeiro princípio de justiça de Rawls, referente à distribuição de bens primários, pode ser facilmente classificado como associado ao paradigma da igualdade, enquanto o princípio da diferença pertence à classe das propostas de equidade.

Os exercícios fazem simulações baseadas nesses paradigmas, e as novas distribuições resultantes são usadas para introduzir os conceitos de *dominância de Lorenz*, que indica que uma distribuição é menos desigual que outra; *dominância de primeira ordem*, que indica que o nível de renda de cada indivíduo ordenado em uma distribuição é maior que o nível em outra distribuição; e *dominância de segunda ordem*, que indica que uma distribuição é necessariamente melhor que outra em termos de bem-estar da população como um todo. Mostra-se que a dominância de Lorenz refere-se apenas aos níveis de desigualdade, a dominância de primeira ordem diz respeito ao nível de renda em cada ponto ordenado, e a dominância de segunda ordem se relaciona aos níveis de bem-estar acumulados ao longo da distribuição.

Uma comparação das simulações é usada para mostrar que as formas da Curva de Lorenz, da Curva de Quantis (Gráfico da Parada de Pen) e da Curva de Lorenz Generalizada não reagem a mudanças na distribuição do mesmo modo. Uma alteração na forma das curvas indica modificação nos níveis de desigualdade de renda, mas a magnitude dessas mudanças depende de como se define *variação na desigualdade*. Variações nas *diferenças entre valores absolutos de renda* levam a que o nível – e muitas vezes a forma – da Curva de Quantis se modifique; todavia, há casos especiais em que a Curva de Quantis se altera sem que haja uma mudança correspondente na Curva de Lorenz. Por outro lado, variações na *razão entre as rendas* dos indivíduos ou grupos sempre resultam em mudanças na forma da Curva de Lorenz, embora existam situações particulares em que essas variações resultam em mudança de nível, mas não da forma da Curva de Quantis. Já a forma das Curvas de Lorenz Generalizadas se altera como resultado de mudanças nas diferenças ou nas razões entre os rendimentos da distribuição.

As simulações evidenciam que, quando todos os rendimentos recebem o mesmo acréscimo percentual – o crescimento puro –, a Parada de Pen se altera, indicando disparidades maiores, mas a Curva de Lorenz não. Esse fato é usado para destacar uma propriedade da Curva de Lorenz, a invariância à escala, que assegura que, se todos os rendimentos da distribuição forem multiplicados pelo mesmo valor, a curva não se modificará. Quando todos os rendimentos recebem o acréscimo de um valor fixo – a renda universal –, a Curva de Lorenz e o nível da Parada de Pen se alteram, mas a forma da Parada de Pen não, sinal de menor desigualdade sem concomitante redução na disparidade. Quando as pessoas que têm menos passam a receber mais, tanto a Parada de Pen como a Curva de Lorenz são alteradas, indicando redução da disparidade e da desigualdade.

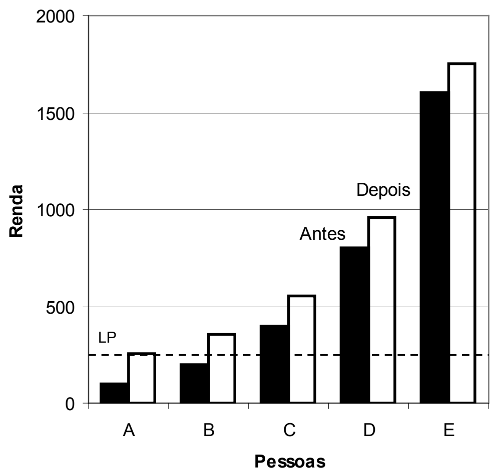
Variações nas curvas e dominância de distribuições

Vários fatores podem influenciar os níveis de desigualdade em uma população. Para tornar as coisas mais simples, vamos simular quais seriam os prováveis resultados de algumas políticas que teriam impacto direto sobre a distribuição da renda. Como o objetivo é ilustrar a resposta das curvas a mudanças nas distribuições, as simulações são construídas de modo simplificado e sobre uma população hipotética. Elas não incluem, por exemplo, os efeitos distributivos dos custos administrativos envolvidos na execução de uma política, a dinâmica das consequências de uma mudança inicial na distribuição – efeitos sobre preços, impactos macroeconômicos, etc. – ou os fatores políticos que determinam alocações orçamentárias. Todos esses fatores, que são muito importantes na análise dos impactos de uma política real, foram desconsiderados neste exercício porque introduziriam uma complexidade desnecessária nas simulações.

Vamos usar uma população hipotética de cinco pessoas, chamando-a de população ABCDE, cuja renda total é $3100. Essa renda está desigualmente distribuída. Para essa população a linha de pobreza será, arbitrariamente, estabelecida em $250. Vamos supor, inicialmente, a existência de um fundo público adicional equivalente a um quarto da renda total da população, ou seja, um fundo de $775 ($3100 x 25%). Esse fundo pode ser usado livremente para qualquer tipo de política.

Vamos agora simular o que ocorreria se todos os $775 do fundo fossem empregados em uma política de renda básica universal, isto é, na distribuição do mesmo valor em dinheiro para todas as pessoas da população, sem qualquer distinção. Como são cinco pessoas, o valor transferido é de $155 ($775 ÷ 5). Com essa política, estamos sempre aumentando a renda de cada pessoa e, portanto, a renda total da população. O que acontece com o Gráfico da Parada de Pen e a Curva de Lorenz?

Parada de Pen - Acréscimo de $155



O gráfico anterior ilustra uma Parada de Pen. Nele o eixo horizontal representa as pessoas e o eixo vertical representa o valor da renda dessas pessoas; a linha LP é uma linha de pobreza. Porém, ao contrário do que geralmente se faz, foram usadas barras com o objetivo de facilitar a visualização e demarcar claramente a distinção desse gráfico em relação à Curva de Lorenz. No Gráfico da Parada de Pen, o aumento da mesma magnitude para as rendas de todas as pessoas, como seria o resultado de um programa de renda básica universal, desloca todas as barras para cima. Caso fossem usadas curvas para a representação, as curvas referentes às duas distribuições teriam o mesmo formato e seriam diferenciadas apenas por seu nível: a curva posterior à elevação de todas as rendas seria mais alta do que a curva original.

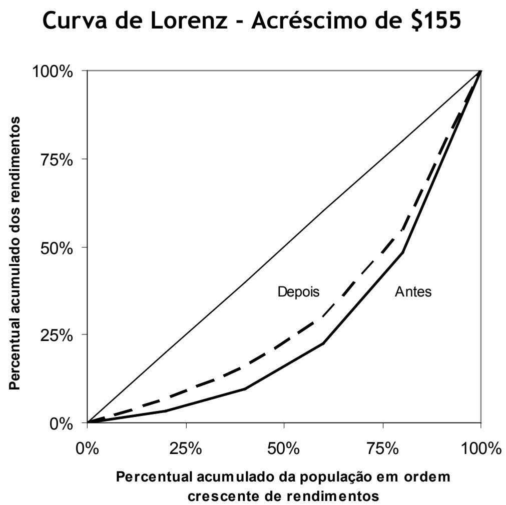
O que isso significa em termos de variação na desigualdade? A desigualdade aumentou ou não depois da política de transferências universais? Olhando para a linha de pobreza, é fácil ver que a política de renda básica foi capaz de erradicar completamente a pobreza nessa população; no entanto, dizer se essa política também foi capaz de reduzir a desigualdade depende da forma como se define *reduzir desigualdade*. A diferença absoluta entre as rendas das pessoas não foi alterada: antes da política, a renda de B era $600 menor que a renda de D ($800 - $200); depois da política, a diferença entre elas continua sendo de $600 ($955 - $355). A razão entre as rendas, porém, foi alterada. Originalmente a renda de D era quatro vezes maior que a renda de B ($800 ÷ $200). Depois da política, a renda de D tornou-se apenas 2,7 vezes maior que a de B ($955 ÷ $355). Logo, se a *redução da desigualdade de renda* for um conceito entendido como a *redução das diferenças entre valores absolutos de renda*, não houve alteração na desigualdade; se, porém, o conceito for entendido como a *redução das razões entre as rendas*, então houve diminuição da desigualdade.

Qual é o conceito certo? Não existe conceito certo, tudo depende do que se pretende analisar. O que importa é entender a distinção entre *desigualdade absoluta*, isto é, aquela medida no exemplo pelas diferenças nos valores de renda, e *desigualdade relativa*, medida por razões entre as rendas (vale lembrar que existem outras maneiras de fazer essas medidas). Muitos estudos denominam a primeira de *disparidade* ou *diferença* e a segunda de *desigualdade*, mas isso não estabelece uma maior importância para qualquer uma das duas no campo dos estudos sobre desigualdade.

Apesar da mudança de nível, a forma da curva que representa a Parada de Pen – a Curva de Quantis – não se altera quando a variação ocorre apenas nas desigualdades absolutas (disparidades ou diferenças), mas a forma da Curva de Lorenz, sim.

Dominância de Lorenz

Na Curva de Lorenz a seguir, na qual um eixo representa as frações acumuladas da população e o outro representa as frações acumuladas da riqueza total, é possível ver que, depois do aumento absoluto uniforme da renda de todas as pessoas da população decorrente da política universal, o arco da Curva de Lorenz ficou mais próximo da Linha da Perfeita Igualdade, indicando, portanto, que a desigualdade diminuiu. Esse é o primeiro passo para mostrar que a mudança na forma dos Gráficos da Parada de Pen depende de variações na desigualdade absoluta (disparidades), enquanto a alteração da forma da Curva de Lorenz depende de modificações na desigualdade relativa.



Um fato que vale a pena ser ressaltado é que todos os pontos da curva depois da transferência estão acima da curva original (em relação ao eixo horizontal), isto é, todos os pontos indicam uma redução na desigualdade, motivo pelo qual se diz que há dominância de Lorenz da distribuição posterior à política sobre a distribuição original. O conceito de *dominância de Lorenz* é importante porque consiste em um dos critérios para decidir se uma distribuição é realmente menos desigual do que outra. No gráfico acima, a distribuição depois das transferências é indiscutivelmente mais igual que a anterior às transferências.

A relação de dominância de Lorenz é frequentemente procurada em análises de bem-estar social. Se uma distribuição exerce dominância de Lorenz sobre outra, não se pode dizer que a dominante representa uma situação de maior bem-estar, mas pode-se dizer que, certamente, qualquer medida de desigualdade que siga o princípio de Pigou-Dalton classificará a distribuição dominante como menos desigual que a dominada. Em termos simplificados, o princípio de Pigou-Dalton, que será analisado em maior detalhe adiante, determina que o nível de desigualdade deve ser considerado menor quando ocorrer uma transferência de uma pessoa mais rica a uma pessoa mais pobre.

Todavia, nem sempre é possível dizer se uma distribuição é inequivocamente mais ou menos desigual que outra. Se o arco de uma distribuição é sempre menor que o de outra, esta segunda é sempre mais desigual, ou seja, há *dominância de Lorenz* da segunda distribuição sobre a primeira. Porém, se as Curvas de Lorenz das duas distribuições se cruzam em algum ponto, não é possível dizer sem ambiguidade qual a distribuição mais desigual. Nesse caso, é preciso outro critério, geralmente determinado pela função de bem-estar implícita nas medidas de desigualdade, para definir como as desigualdades devem ser comparadas e qual é a distribuição mais desigual, assunto que será discutido no próximo capítulo.

Quando se comparam duas Curvas de Lorenz, é importante ter em mente que a distinção entre elas diz respeito a diferenças nas desigualdades relativas em cada distribuição e não às desigualdades absolutas (disparidades) entre os valores das distribuições de rendimentos. Se todos os valores de uma distribuição forem multiplicados por um mesmo número, a Curva de Lorenz não se alterará. Um crescimento proporcionalmente distribuído da economia de, digamos, 5% aumenta a disparidade entre ricos e pobres (diferenças entre seus rendimentos), mas não afeta as Curvas de Lorenz. Por essa razão, as Curvas de Quantis, que são sensíveis a disparidades, são usadas como complemento analítico para as Curvas de Lorenz.

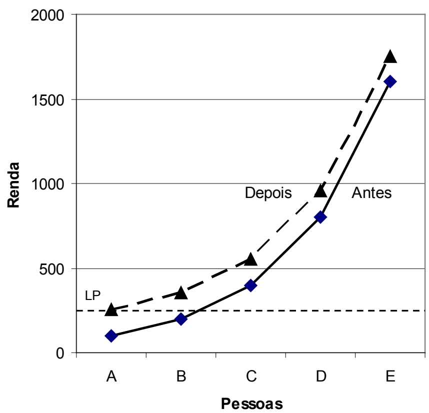
Uma introdução aos conceitos de dominância baseados na Curva de Lorenz pode ser encontrada na obra de Fields (2002) *Distribution and development*. Uma discussão bem mais sofisticada está presente em *The mathematical foundations of inequality analysis*

(Breton, 1999), complementada por *Stochastic dominance and the Lorenz Curve* (Moyes, 1999).

Dominância de primeira ordem

O Gráfico da Parada de Pen anterior é reproduzido a seguir usando-se exatamente os mesmos dados, mas representando as distribuições por meio de curvas e não barras. Com a representação por curvas, o gráfico se aproxima mais do que seria um gráfico de Curvas de Quantis, que também é usado nesse tipo de análise. Os pontos da distribuição antes do acréscimo de renda são representados por pequenos losangos e, depois da distribuição, por triângulos.

Parada de Pen - Acréscimo de $155



Observando novamente o que ocorre com o Gráfico da Parada de Pen, é possível ver que todas as pessoas da população têm um acréscimo de renda devido às transferências e, como consequência, todos os pontos da distribuição pós-transferências estão acima dos pontos equivalentes da distribuição pré-transferências.

Por isso dizemos que há *dominância de primeira ordem* da segunda distribuição (pós-transferências) sobre a primeira.

A dominância de primeira ordem não nos diz nada sobre o grau de desigualdade relativa das duas distribuições, apenas dá indicações sobre o nível de suas Curvas de Quantis. Em outras palavras, a dominância de primeira ordem e a dominância de Lorenz podem ocorrer independentemente. Uma situação em que a renda dos ricos aumenta muito mais que a dos pobres também levaria à dominância de primeira ordem, ainda que com aumento da desigualdade.

A análise de relações de dominância de ordem visa verificar se uma determinada distribuição representa um nível inequivocamente maior ou menor de bem-estar do que outra(s). No caso específico das simulações, o indicador de bem-estar usado é a renda, mas poderia perfeitamente ser outro. Em termos mais precisos, a dominância de primeira ordem ocorre quando a renda da unidade na i-ésima posição é, em uma distribuição, superior à renda da unidade na mesma posição em outra distribuição, qualquer que seja essa posição. Quando ocorre dominância de primeira ordem, todos têm mais renda em uma distribuição que em outra, e todos, salvo troca de posições, estão em situação melhor. Nesse caso, diz-se que a distribuição de renda mais elevada domina a de renda mais baixa. Isso tem uma consequência direta e extremamente relevante: se uma distribuição domina a outra em primeira ordem, qualquer função de bem-estar igualitarista a colocará em um patamar superior ao da dominada.

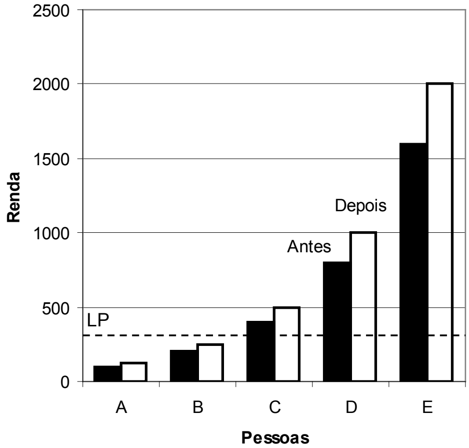
A vantagem da dominância de primeira ordem é sua constatação permitir uma hierarquização inequívoca de duas ou mais distribuições em termos do nível de bem-estar. Não é necessário estimar uma função de bem-estar, nem escolher parâmetros cujo significado nem sempre é claro, tampouco pressupor formas funcionais. Muitas vezes, basta comparar os gráficos. Mas nem sempre a dominância de primeira ordem pode ser constatada pela comparação de Curvas de Quantil, pois os valores podem ser muito próximos. Assim, tal dominância pode ser mais bem constatada pela inspeção das curvas resultantes da diferença de curvas quantílicas. Isso é simples de ser feito: para cada ponto ou quantil das curvas, calcula-se a diferença absoluta entre eles e plota-se essa diferença em um gráfico.

Crescimento e redistribuição, nível e forma das distribuições

Crescimento puro

Vamos fazer agora uma nova alteração nas rendas de nossa população-exemplo: uma política que promovesse o crescimento de 25% na renda de cada uma das pessoas. Vamos chamar essa mudança de política de crescimento puro. Isso significa que, na política de renda básica e na política de crescimento puro, iremos trabalhar com o mesmo nível de renda agregada, mas distribuindo-a de maneira diferente. Na política de crescimento puro, a renda absoluta de todas as pessoas aumenta, mas não na mesma magnitude. A pessoa A, mais rica, passa a receber $400 a mais (25% de $1600), enquanto a pessoa E, mais pobre, recebe apenas $25 a mais (25% de $100). Portanto, mesmo o aumento relativo dado a uma população desigual implica aumentos absolutos desiguais.

Parada de Pen - Acréscimo de 25% a todos



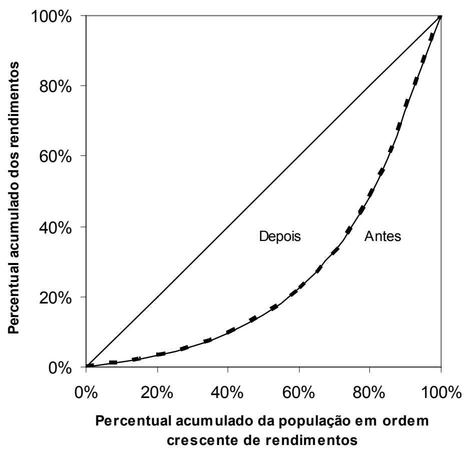
Desta vez a forma do Gráfico da Parada de Pen é alterada. As diferenças de renda, isto é, as desigualdades absolutas entre as barras aumentam depois do crescimento puro. Todos cresceram, mas os gigantes cresceram muito mais em termos absolutos. O impacto sobre a pobreza também é bem menor: na política de renda básica, a pobreza foi totalmente eliminada, mas na política de crescimento puro a pobreza continua incidindo sobre duas pessoas, como antes da realização da política, embora a intensidade da pobreza dessas pessoas, isto é, sua distância em relação à linha de pobreza tenha sido reduzida.

A conclusão óbvia é de que, para um mesmo montante distribuído, políticas de crescimento puro têm um efeito distributivo inferior ao de políticas de transferências universais, quando são consideradas as desigualdades absolutas nas rendas. Além do mais, as políticas de crescimento puro têm efeitos mais fracos sobre a pobreza que as transferências de renda universais. Mais exatamente, esses efeitos serão menores quando a desigualdade for alta e maiores em sociedades igualitárias. No entanto, isso não permite chegar a uma conclusão apressada de que políticas de transferência de renda são sempre preferíveis a políticas de crescimento, mesmo em países muito desiguais, pois sua implementação real depende de uma série de fatores que não estão sendo considerados nestes exercícios.

Invariância à escala das Curvas de Lorenz

Se após o crescimento puro ocorrem mudanças na forma dos Gráficos da Parada de Pen, o mesmo não pode ser dito das Curvas de Lorenz. O gráfico abaixo mostra as Curvas de Lorenz antes e depois da política de crescimento puro, mas é impossível ver as duas curvas porque uma está exatamente sobre a outra. Isso nos diz, portanto, que um aumento proporcional equânime nas rendas, isto é, o crescimento da renda de todas as pessoas à mesma taxa não altera as desigualdades relativas, apesar de alterar as desigualdades absolutas.

Curva de Lorenz - Acréscimo de 25% a todos



O exercício da política de crescimento puro mostrou que a multiplicação de todas as rendas da população por um mesmo número (no caso, 25%) não altera o formato da Curva de Lorenz. Essa é na verdade uma propriedade importante das Curvas de Lorenz, conhecida como *invariância à escala*. Ela assegura que conversões de moeda, inflações uniformes e outras operações semelhantes que modificam a escala em que os valores nominais da renda da população são medidos não influenciam a análise da desigualdade nas distribuições. Isso é importante para assegurar a comparabilidade das distribuições. Essa propriedade não é observada nos Gráficos da Parada de Pen, uma vez que as diferenças (desigualdades absolutas) são alteradas quando as escalas são modificadas.

Como são construídas com base em proporções de população e de renda, as Curvas de Lorenz permitem facilmente comparações de populações de tamanhos diferentes e rendimentos em moedas diferentes (ou uma mesma moeda inflacionada). A invariância à escala é uma propriedade muito útil das Curvas de Lorenz para comparações no tempo ou entre populações distintas.

Transferências focalizadas

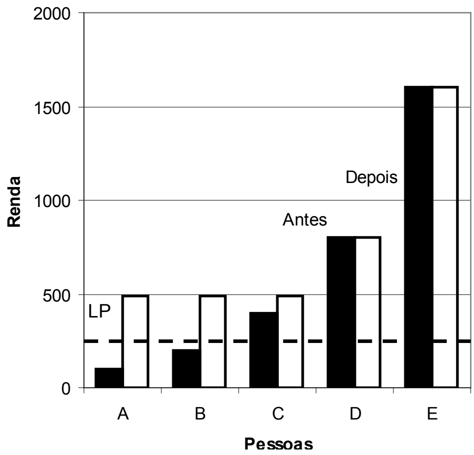
O que acontece com a desigualdade e a pobreza em decorrência de uma política de transferência de renda focalizada nos mais pobres? Para responder a essa pergunta, vamos conduzir mais um exercício, mantendo o mesmo nível de renda agregada das políticas de transferência universal e crescimento puro, mas distribuindo-a de modo diferente. A fim de orientar as transferências, adotaremos o objetivo de tornar a distribuição o mais igualitária possível. Para isso, daremos mais aos mais pobres e menos – ou nada – aos mais ricos. O efeito de uma política redistributiva focalizada é o mesmo que seria observado como consequência de uma estratégia de crescimento que favorecesse os mais pobres, o que algumas pessoas denominam estratégia de crescimento pró-pobre.[1]

É importante notar que estamos focalizando nos *mais pobres* e não *nos pobres*, isto é, estamos usando o nível de renda como critério para decidir quanto cada pessoa deve receber, mas isso não depende de uma linha de pobreza ou qualquer outro critério que permita identificar os pobres em termos absolutos. Nossa política focalizada, por um lado, não tem o compromisso de erradicar a pobreza e, por outro, não se limita aos pobres; se os recursos disponíveis forem poucos, apenas os muito pobres receberão, mas, se forem muitos, pode ser que os muito ricos também sejam beneficiados. As mesmas simplificações sobre custos administrativos e outros fatores usadas nos exercícios anteriores são adotadas agora.

O montante total disponível para distribuição é $775. A maneira de distribuir esse valor que mais reduz a desigualdade é elevar a renda da pessoa mais pobre até que ela alcance a segunda pessoa mais pobre, elevar igualmente a renda das duas pessoas mais pobres até que elas alcancem a terceira mais pobre e assim sucessivamente, até que os recursos se esgotem. Quando se faz essa distribuição na população ABCDE, as três pessoas mais pobres (A, B e C) têm sua renda elevada para $491,67, e as duas pessoas mais ricas permanecem na situação em que se encontravam.

[1] Há controvérsias sobre o que significa “crescimento pró-pobre”. De um lado, há aqueles que acham que todo crescimento que beneficia os pobres é pró-pobre; de outro, há os que argumentam que pró-pobre é apenas aquele crescimento que beneficia os pobres mais do que o restante da população (Kakwani; Pernia, 2000; Ravallion; Chen, 2003; Son, 2004).

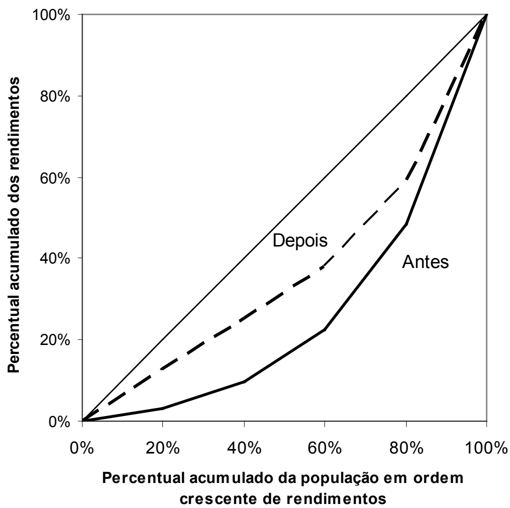
Parada de Pen - Transferência focalizada



O gráfico acima mostra a elevação da renda das pessoas mais pobres depois das transferências. Tanto a desigualdade (relativa) quanto a diferença (desigualdade absoluta) entre as rendas foram diminuídas. De modo distinto ao que ocorreu no caso da política de crescimento puro, na qual o mesmo montante de recursos foi distribuído, mas a desigualdade não se alterou, na distribuição focalizada a pobreza foi completamente erradicada. Além disso, é possível notar que os recursos da política foram suficientes não só para erradicar a pobreza como para beneficiar também uma pessoa não pobre (pessoa C). A comparação entre as transferências focalizadas e as transferências universais mostra que a focalização tem um efeito de redução das desigualdades muito mais forte que a universalização.

A Curva de Lorenz a seguir ajuda a entender a mudança ocorrida nos níveis de desigualdade depois das transferências. O arco bem menor da curva posterior às transferências indica como as desigualdades foram reduzidas. O fato de a curva não mudar de inclinação até os 60% da população, isto é, de ser uma linha reta até o ponto correspondente à pessoa C indica que não existe desigualdade entre essas pessoas. Comparando a distância entre as curvas antes e depois das transferências e a Linha da Perfeita Igualdade, é possível ver claramente que a redução da desigualdade é uma decorrência da elevação dos rendimentos dos 60% mais pobres.

Curva de Lorenz - Transferência focalizada



Se as rendas dos 40% mais ricos (pessoas D e E) não foram elevadas, por que as curvas de Lorenz antes e depois das transferências são diferentes para essa população? Isso ocorre porque não houve alteração no valor absoluto das rendas dessas pessoas, como mostra o Gráfico da Parada de Pen, mas houve redução em seu valor relativo, a qual se reflete na Curva de Lorenz. Como depois das transferências focalizadas a renda total da população ficou 25% maior, a renda das pessoas mais ricas tornou-se proporcionalmente menor.

Nos exercícios, a política focalizada provocou uma redução maior na desigualdade e na pobreza do que a política de transferências universais e muito superior ao que ocorreu na política de crescimento puro. No entanto, é sempre bom lembrar que não necessariamente políticas focalizadas são melhores que políticas universais ou que estratégias de crescimento para combater a pobreza e a desigualdade. Há uma série de fatores que devem ser considerados no desenho de políticas reais e que foram, por motivos de simplificação, deixados de lado nos exercícios feitos aqui. É possível argumentar, por exemplo, que políticas de crescimento tendem a apresentar menos rejeição política do que medidas focalizadas; que os custos de focalização e controle de um programa social podem ser elevados ao ponto de ser preferível universalizar o programa; que a focalização vem acompanhada de erros, que se traduzem em injustiças sociais, e evitá-los ou repará-los pode ter custos muito altos; ou que a universalização pode ser melhor para a sustentabilidade institucional de longo prazo de um programa. Enfim, há uma série de razões que permitem dizer que o efeito distributivo é importante, mas não o único elemento a ser considerado em uma política destinada a reduzir a desigualdade.

Princípio de Pigou-Dalton

A desigualdade aumentaria se, ao invés de distribuir os recursos para os mais pobres, os transferíssemos aos mais ricos. Mas, se as transferências fossem feitas às pessoas no meio da distribuição, não seria possível dizer *a priori* se haveria aumento ou redução da desigualdade, pois isso depende de como a renda se encontra distribuída antes das transferências e do valor das transferências. Portanto, sem testes empíricos prévios, só é possível dizer que uma determinada política de transferências focalizadas inequivocamente reduz ou aumenta a desigualdade quando a focalização se dá, respectivamente, nos extremamente mais pobres ou nos extremamente mais ricos. Nos demais casos, é preciso analisar cada situação específica.

A transferência de renda de uma pessoa mais rica para uma pessoa mais pobre sempre se reflete nas Curvas de Lorenz como uma redução na desigualdade – ou seja, as Curvas de Lorenz obedecem ao princípio de Pigou-Dalton. A redução é proporcional à distância das pessoas na distribuição. Transferências dos mais ricos para os um pouco menos ricos têm efeitos sobre a desigualdade menores que transferências dos ricos para os pobres, o que leva à dedução de que os mecanismos redistributivos mais eficientes para a redução da desigualdade são aqueles que transferem renda dos extremamente mais ricos aos extremamente mais pobres. Porém, isso vale apenas quando se considera que as transferências ocorrem gradual e continuamente.

Uma maneira de entender as transferências graduais é imaginar que elas ocorrem centavo a centavo. Iniciadas as transferências de uma pessoa mais rica a uma pessoa menos rica, haverá um ponto em que elas terão a mesma renda. Nesse ponto, não faz mais sentido falar em "mais rico" e "menos rico", embora originalmente as pessoas fossem diferentes. Assim, uma transferência hipotética em que a pessoa mais rica dá toda a sua renda à pessoa imediatamente abaixo dela deve ser entendida como uma transferência do mais rico ao mais pobre antes do ponto em que as rendas de ambos se igualam, e como uma transferência do mais pobre ao mais rico a partir desse ponto.

Anonimato

A simples troca de posição das pessoas na distribuição dos rendimentos não afeta as Curvas de Lorenz. Essa troca é entendida como mobilidade econômica de circulação e não altera a forma das curvas. Se, na população do exemplo, toda a renda da pessoa

A é transferida para a pessoa B e a renda de B é transferida para A, há mobilidade do tipo de circulação, mas não alteração nos níveis de desigualdade. Como a ordenação das pessoas segundo suas rendas é anônima, a Curva de Lorenz não responde a esse tipo de mobilidade, uma propriedade conhecida como *anonimato*.

A indiferença das Curvas de Lorenz à mobilidade de circulação não significa que esta seja irrelevante. Uma população onde há muita desigualdade de renda e nenhuma mobilidade é bem diferente de uma população com o mesmo nível de desigualdade, mas muita mobilidade. Por exemplo, em termos de desigualdade de bem-estar no longo prazo, um reino de duas pessoas sem qualquer mobilidade, no qual uma é sempre a rainha e a outra, sempre a escrava, é muito distinto de outro reino em que a cada semana os postos de rainha e escrava são alternados. O ponto central aqui talvez seja entender que, todas as vezes que a desigualdade de renda considerada pelas Curvas de Lorenz não disser respeito à renda permanente – e geralmente é isso que ocorre quando se usam diretamente dados de censos e pesquisas amostrais –, o papel da mobilidade poderá ser muito relevante em análises da desigualdade de renda.

Concentração e progressividade – comparando resultados de transferências

Está claro que cada tipo de transferência tem um efeito sobre os níveis de desigualdade. A questão é saber qual tipo é mais progressivo. Obviamente, isso vai depender do que se define por “progressividade”. Não existe consenso sobre isso. O termo “progressivo” originalmente foi usado para tratar de tributação, sendo o regime tributário mais progressivo aquele cuja incidência de tributos era maior entre os mais ricos. Mas o que define progressividade nesse caso? Incidir mais sobre os mais ricos ou ter como resultado uma distribuição mais igualitária?

Se a resposta for incidir sobre os mais ricos, então a transferência de renda mais progressiva será aquela que beneficia mais os mais ricos; se for promover a igualdade, a mais progressiva será a mais igualitária. Porque o termo "progressivo" em filosofia política é mais bem associado a uma distribuição mais igualitária, os estudos sobre desigualdade tendem a aceitar a segunda definição e entender *progressividade* como a tendência a promover a igualdade. Por contraposição, *regressividade* é a tendência de concentração de uma transferência.

A tabela a seguir mostra como ocorre a acumulação das transferências ao longo da população ordenada segundo seus rendimentos totais, representada na linha População. A linha Distribuição Original indica a Curva de Lorenz dos rendimentos antes de qualquer transferência e as linhas seguintes, a distribuição das transferências. Para efeito de comparação, apresentam-se os dados da Linha da Perfeita Igualdade.

Distribuição	Fração acumulada				
População	20%	40%	60%	80%	100%
Distribuição original	3%	10%	23%	48%	100%
Transferência + $155	20%	40%	60%	80%	100%
Transferência + 25%	3%	10%	23%	48%	100%
Transferência focalizada	51%	88%	100%	100%	100%
Linha da Perfeita Igualdade	20%	40%	60%	80%	100%

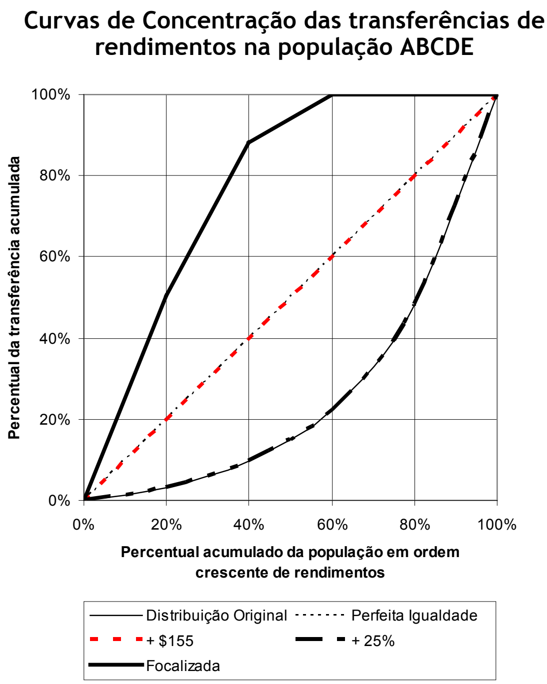
Esta tabela indica que a concentração das transferências é diferenciada segundo estratos de população. As Curvas de Concentração a seguir mostram de maneira nítida como se dá a distribuição dessas transferências. No gráfico, a curva dos rendimentos da distribuição original corresponde à Curva de Lorenz dos rendimentos (as Curvas de Lorenz são um caso particular das Curvas de Concentração) e está representada por uma linha fina contínua. Para facilitar a interpretação, foi também traçada uma

Linha da Perfeita Igualdade, representada por uma linha fina tracejada com inclinação de 45 graus.

Vale lembrar que as Curvas de Concentração são uma representação que guarda semelhanças com a Curva de Lorenz. Porém, enquanto esta se refere à distribuição de uma única variável ao longo da população, aquelas são construídas a partir da distribuição de duas variáveis na população. Assim como a Curva de Lorenz, a Curva de Concentração é um gráfico de frações de uma distribuição acumulada marcadas contra frações de outra distribuição acumulada. Na Curva de Lorenz, a variável da distribuição e da ordenação é a mesma. Em uma Curva de Concentração também temos frações contra frações, mas com variáveis da distribuição e ordenação diferentes.

A posição e a inclinação de uma Curva de Concentração em relação à linha de igualdade indicam a progressividade da distribuição. Assim como no caso das Curvas de Lorenz, a forma das Curvas de Concentração é independente do tamanho da população, da magnitude das variáveis de ordenação e da magnitude total da variável distribuída.

Vamos começar pela política que distribui recursos de modo a promover um crescimento de 25% de todas as rendas da população. No gráfico é possível observar que a Curva de Concentração dessas transferências, representada pela linha espessa de traços longos e curtos, se sobrepõe à Curva de Lorenz. Isso significa que essas transferências simplesmente reproduzem as desigualdades pré-existentes. A Curva de Lorenz da distribuição dos rendimentos após as transferências é exatamente a mesma, como já se viu anteriormente.



Vamos passar agora para uma política de efeito mais igualitarista – a transferência uniforme de $155, representada pela linha espessa de traços curtos. Comparada ao mecanismo anterior, essa transferência é mais bem distribuída. Como todos recebem exatamente o mesmo, a Curva de Concentração da transferência se sobrepõe à Linha da Perfeita Igualdade. E, como a linha está acima da Curva de Lorenz original, as transferências necessariamente irão reduzir as desigualdades.

Finalmente passamos à política focalizada. As Curvas de Concentração mostram que 100% das transferências são recebidos pelos 60% mais pobres da população e que metade dos rendimentos transferidos são recebidos pelos 20% mais pobres. Estando bem acima da Linha da Perfeita Igualdade, a Curva de Concentração indica um efeito altamente progressivo dessa política. De fato, como se viu anteriormente, após a política a Curva de Lorenz dos rendimentos se desloca bastante para cima, refletindo uma grande redução dos níveis de desigualdade.

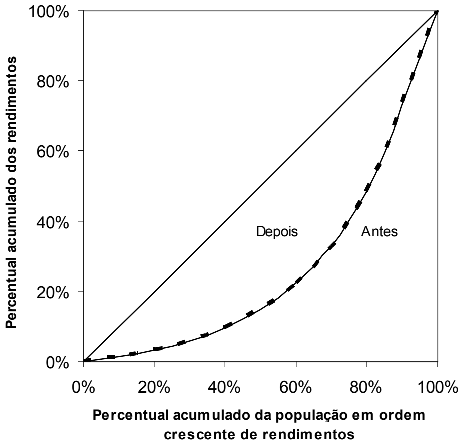
A forma das Curvas de Concentração muda conforme o tipo de transferência, mas uma mudança nos níveis de desigualdade dos rendimentos totais só afetaria as Curvas de Concentração se fosse suficiente para alterar a posição dos indivíduos na distribuição. Se, por exemplo, só a renda do indivíduo mais rico aumentar, a desigualdade total também aumentará, mas a forma das Curvas de Concentração das transferências, não. Isso porque essas curvas dependem apenas do ordenamento das posições dos indivíduos na distribuição de rendimentos totais.

Dominância de segunda ordem e Curvas de Lorenz Generalizadas

Até este ponto, a análise dos efeitos de diferentes tipos de transferência foi feita comparando-se Curvas de Lorenz e Gráficos da Parada de Pen. O que acontece com o comportamento das Curvas de Lorenz Generalizadas? Elas se comportam de maneira diferente?

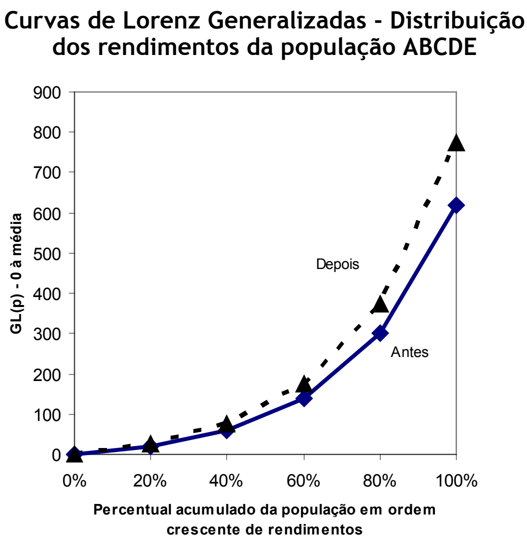
Vamos começar comparando as Curvas de Lorenz simples com as Curvas de Lorenz Generalizadas. A generalização se faz multiplicando-se as frações de rendimentos acumulados da Curva de Lorenz pelo rendimento médio; logo, é natural que as curvas generalizadas sejam sensíveis a variações nas médias, mesmo quando a curva simples permanecer com a mesma forma. Os gráficos a seguir permitem ver isso no caso do crescimento puro de 25% de todos os rendimentos da distribuição.

Curva de Lorenz - Acréscimo de 25% a todos



Conforme visto anteriormente, depois de um acréscimo de 25% em todos os rendimentos da população, a Curva de Lorenz não se altera, o que indica que não houve mudança nos níveis de desigualdade antes e depois das variações nos rendimentos. Porém, na Curva de Lorenz Generalizada, GL(p), há uma clara mudança de forma. Isso acontece porque a curva generalizada é sensível ao nível dos rendimentos. A Curva de Lorenz Generalizada consiste em uma modificação da Curva de Lorenz na qual a fração acumulada dos rendimentos até cada fração da população é multiplicada pelo rendimento médio da distribuição. Essa multiplicação pela média, que equivale a não normalizar os valores de renda, é que a torna sensível aos valores absolutos distribuídos.

Com o aumento da média em 25% para todas as pessoas, toda a curva generalizada, GL(p), se deslocou para cima. Isso indica que, se assumirmos que uma transferência de uma pessoa mais rica a uma pessoa pobre melhora o bem-estar da população, indiscutivelmente há uma melhoria de bem-estar para a população como um todo, uma situação conhecida como *dominância de segunda ordem*.



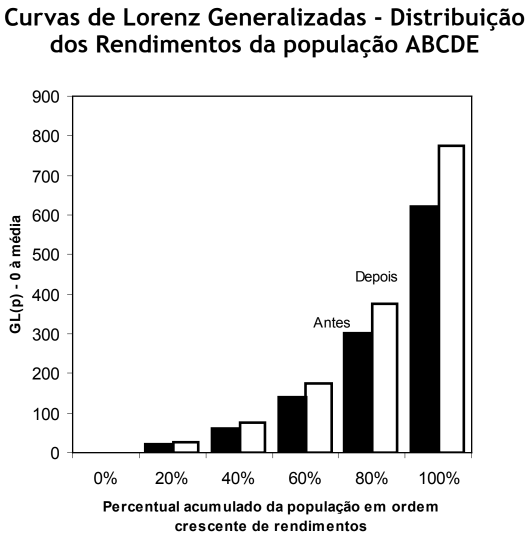
Colocando em termos mais precisos, para uma função de bem-estar social que aumenta com uma transferência de renda de um indivíduo abastado para um outro de renda menor, ou seja, que valoriza quedas na desigualdade, é possível hierarquizar, inequivocamente, duas distribuições pela constatação da dominância de segunda ordem. Diz-se que uma distribuição domina outra em segunda ordem quando a renda total *acumulada* até um ponto qualquer dessa distribuição é maior do que na outra.

O princípio subjacente à dominância de segunda ordem é o de que um real vale mais para alguém com renda menor que para alguém com renda maior. Note-se que não se especula quanto mais vale esse real, apenas se assume que vale mais. Ou seja, essa não é uma pressuposição forte, e sim fraca – equivale a supor que há um aumento de bem-estar transferindo-se um real de um rico para um pobre.

Dominância de Lorenz e dominância de segunda ordem são situações independentes. Não é necessário nem suficiente que ocorra dominância de Lorenz para que ocorra dominância de segunda ordem. Imagine, por exemplo, uma distribuição perfeitamente igualitária. Qualquer mudança nessa distribuição só pode gerar desigualdade, ou seja, essa distribuição irá Lorenz-dominar qualquer outra distribuição posterior. Distribua agora $1 para uma pessoa, que se torna automaticamente a mais rica da população. A desigualdade aumenta, como esperado: há dominância de Lorenz da distribuição original sobre a distribuição final. A média da nova distribuição também aumenta, deslocando a curva generalizada para cima: a distribuição original é dominada em segunda ordem pela final, mostrando que há independência entre esses dois tipos de dominância.

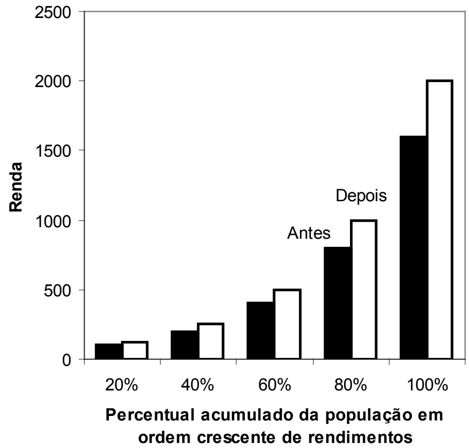
Já foi visto também que dominância de Lorenz e dominância de primeira ordem são situações independentes. No exemplo acima, haverá, ainda, dominância de primeira ordem da distribuição final sobre a original, embora não haja dominância de Lorenz na mesma direção. A pergunta é: dominâncias de primeira ordem e de segunda ordem são independentes? A dominância de primeira ordem é condição suficiente, mas não necessária, para a ocorrência de dominância de segunda ordem. A dominância de segunda ordem não requer dominância de primeira ordem. Em outras palavras, dominância de segunda ordem pode ocorrer sem dominância de primeira ordem, mas o inverso não.

Na parte do gráfico que representa o intervalo de 0% a 20% da população de renda mais baixa, não é possível ver uma mudança clara, pois as curvas estão sobrepostas. Isso não significa que o primeiro quinto da população deixou de ser beneficiado pelo crescimento de 25% dos rendimentos. Na verdade, esse é um problema decorrente do exemplo utilizado, que se baseia em uma população de apenas cinco pessoas. Para contornar tal problema, que é apenas de composição visual, vamos substituir o gráfico de linhas por um gráfico de barras. O conteúdo do gráfico a seguir é exatamente o mesmo do gráfico anterior, com as barras pretas representando a distribuição antes das transferências e as barras brancas, depois.



O que mais é possível ver na mudança das curvas generalizadas? Vemos, por exemplo, que todos melhoram, mas em termos absolutos as pessoas mais ricas melhoram mais que as mais pobres. Isso é uma consequência lógica de todo crescimento sem redução na desigualdade: a distância entre ricos e pobres aumenta, um resultado facilmente visível no Gráfico da Parada de Pen.

Curva de Quantis - Parada de Pen - Acréscimo de 25% a todos



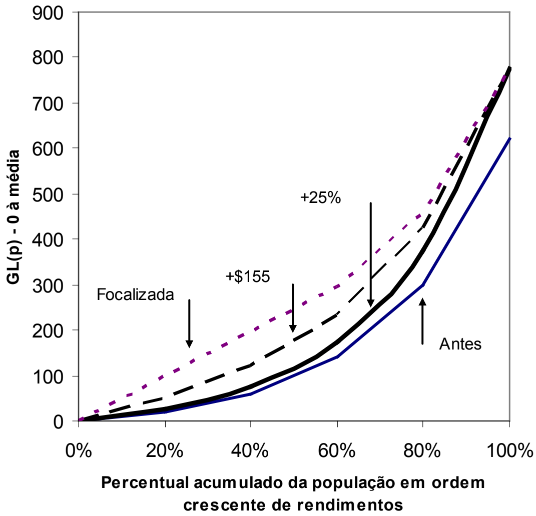
Os gráficos da Curva de Quantis (Parada de Pen) e da Curva de Lorenz Generalizada parecem muito semelhantes nesses exemplos. No entanto, a escala do eixo vertical dos dois gráficos é distinta. Enquanto na Curva de Quantis a escala é dada pela renda naquele quantil, na curva generalizada o que determina a escala é a multiplicação da renda média pela fração acumulada da renda. Isso, na prática, corresponde a um eixo que representa a renda acumulada dividida pelo tamanho da população total. Os limites da curva nesse eixo vão variar de zero ao valor da média dos rendimentos.

A construção das duas curvas se assemelha, mas elas servem para propósitos distintos. Com Curvas de Quantis é possível comparar facilmente a situação de subgrupos de populações, mas é difícil fazer comparações entre as populações como um todo para determinar qual população tem maior nível de bem-estar. Com as Curvas de Lorenz Generalizadas essa determinação é fácil, mas a comparação da situação dos estratos de duas populações não é tão imediata. As duas curvas reagem a mudanças nos níveis de rendimentos, mas de modo diferente, e nada impede que as duas curvas sejam consideradas em uma mesma análise: as Curvas de Quantis para descrever a situação de cada estrato na população e as Curvas de Lorenz Generalizadas para descrever os níveis de bem-estar da população até cada estrato.

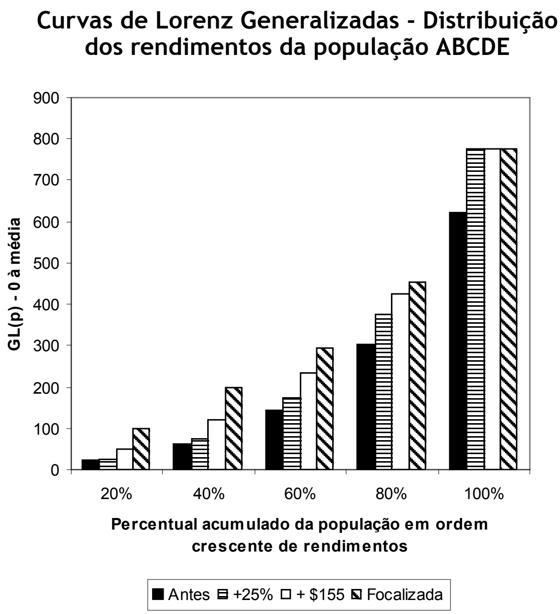
Cada tipo de transferência provoca uma mudança particular nas Curvas de Lorenz Generalizadas. O gráfico a seguir mostra a curva generalizada antes e depois de cada transferência. Nele é possível observar que, depois das transferências, todas as curvas estão acima da curva original. Como uma curva acima da outra indica que o nível de bem-estar nos estratos da população da curva mais alta é sempre maior que nos estratos da população da curva inferior, há dominância de segunda ordem. Se as curvas generalizadas se cruzassem, não seria possível determinar a existência de dominância. Nesses casos, o julgamento do nível de bem-estar das populações dependeria de um critério adicional, como uma função de bem-estar, ainda que esta fosse uma função implícita de algum índice.

Aqui cabe uma ressalva: *nível de rendimentos* e *nível de bem-estar* não são sinônimos, mas, por razões pragmáticas, estamos assumindo o nível de renda como um indicador do nível de bem-estar. A alternativa de usar, por exemplo, medidas multidimensionais de bem-estar traria uma série de dificuldades à exposição que, neste momento, não nos interessam.

Curvas de Lorenz Generalizadas - Distribuição dos rendimentos da população ABCDE



Resta saber como as curvas generalizadas se comportam diante de variações na distribuição de rendimentos totais e nas políticas de transferências. Mais uma vez, a apresentação visual do gráfico está comprometida pelo fato de se usar como exemplo uma população de apenas cinco pessoas. Para facilitar a análise dos impactos sobre o bem-estar da população das diferentes transferências, vamos converter a representação acima em um gráfico de barras.



Agora fica fácil observar que as diferentes transferências têm impactos bastante distintos nos níveis de bem-estar agregado da população. Note que, diferente de um Gráfico da Parada de Pen, a curva generalizada não informa a situação de um subgrupo particular, mas o bem-estar acumulado até aquele grupo. Nas Paradas de Pen foi possível observar que a política de dividir o fundo de recursos de modo a acrescentar 25% na renda de cada pessoa era a que mais beneficiava os ricos, seguida da transferência de renda básica universal de $155. Por sua vez, a política que mais beneficiava os mais pobres era a política de distribuições igualitaristas (focalizadas), que inclusive permitia beneficiar também a pessoa C, acima da linha de pobreza.

As Curvas de Lorenz Generalizadas mostram que, para o bem-estar da sociedade como um todo, é melhor realizar as transferências focalizadas nos mais pobres do que promover a transferência universal ou o crescimento puro de 25%. A curva depois das transferências focalizadas domina em segunda ordem todas as demais. Em outras palavras, havendo a disponibilidade de um determinado montante de recursos, para a sociedade como um todo e para os mais pobres em particular, a melhor maneira de distribuir esses recursos é adotar um mecanismo de promoção da igualdade.

É claro que essa conclusão merece alguns esclarecimentos. Primeiro, esse resultado é válido quando se aceita que $1 tem mais importância – mesmo que infinitesimalmente – para uma pessoa pobre que para uma pessoa rica, o que, convenhamos, é um pressuposto bastante razoável. É possível chegar a esse pressuposto partindo tanto de uma fundamentação rawlsiana e suas adaptações (*maximin* e *leximin*, por exemplo) quanto de uma fundamentação utilitarista (assumindo preferências idênticas e utilidade marginal decrescente). Sob abordagens menos aceitas (por exemplo, assumindo que o aumento da pobreza traz mais bem-estar aos não pobres), as conclusões provavelmente seriam distintas. Segundo, o resultado é válido para redistribuições; se fosse possível usar os recursos do fundo para promover um investimento cujo retorno fosse de 2000% sem mudanças na desigualdade, seria preferível crescer a distribuir o fundo nessa população. Terceiro, os exercícios se baseiam em uma situação hipotética simplificada, que não leva em consideração aspectos da dinâmica da sociedade, reações das instituições políticas, etc.

Impactos das transferências

Os exercícios baseados em transferências hipotéticas realçam pontos importantes do comportamento das diversas formas de representação gráfica da desigualdade após mudanças na forma e no nível da distribuição dos rendimentos. Eles também permitem destacar algumas propriedades desses instrumentos e conceitos importantes nos estudos sobre desigualdade, como os de dominância de primeira e segunda ordem.

As formas da Curva de Lorenz, da Curva de Quantis (Gráfico da Parada de Pen) e da Curva de Lorenz Generalizada não reagem a mudanças na distribuição do mesmo modo. Mudanças na forma das curvas indicam alteração nos níveis de desigualdade de renda, mas a magnitude dessas mudanças depende de como se define *variação na desigualdade*. Variações nas *diferenças entre valores absolutos de renda* fazem com que o nível, e muitas vezes a forma da Curva de Quantis, se alterem; porém, em situações especiais, isso pode ocorrer sem que a Curva de Lorenz seja modificada. Já variações na *razão entre as rendas* dos indivíduos ou grupos necessariamente alteram a forma da Curva de Lorenz, mas em certos casos podem ocorrer mudando o nível, e não a forma da Curva de Quantis. A forma das Curvas de Lorenz Generalizadas muda em decorrência tanto de variações nas diferenças quanto das razões entre os rendimentos da distribuição.

Não existe uma definição mais ou menos correta de desigualdade; a escolha depende do que se pretende analisar. Porém, é importante notar que muitos estudos reservam o termo "desigualdade" para fazer referência à razão entre os grupos – o que alguns chamam de desigualdade relativa –, enquanto diferenças nos valores de renda, que estão relacionadas à noção de desigualdade absoluta, costumam ser chamadas "diferenças" ou "disparidades", sem que isso estabeleça uma maior importância para qualquer um dos conceitos no campo dos estudos sobre desigualdade.

No Gráfico da Parada de Pen (ou Curva de Quantis), um acréscimo de mesmo valor absoluto nas rendas de todas as pessoas – o equivalente a um programa de renda básica universal – desloca a curva para cima, promovendo uma alteração de nível, mas não de forma. Já o arco da Curva de Lorenz, depois das transferências, aproxima-se da Linha da Perfeita Igualdade, indicando que a desigualdade diminuiu. Isso acontece porque a mudança na forma da Parada de Pen depende de variações na desigualdade absoluta (diferença ou disparidade), enquanto a alteração da forma da Curva de Lorenz depende de modificações na desigualdade relativa. Portanto, uma política de renda básica universal não afeta a disparidade (diferença) entre as pessoas, mas altera a desigualdade (razão) entre elas.

Uma política desse tipo tem como consequência a *dominância de primeira ordem* da distribuição pós-transferências sobre a original. Isso pode ser facilmente constatado porque todos os pontos da curva depois da transferência estão acima da curva original (em relação ao eixo horizontal). Nesse caso, a distribuição depois das transferências é indiscutivelmente mais igual que a anterior às transferências. Em termos mais precisos, basta que um único ponto seja mais alto para a existência de dominância.

O mesmo volume de recursos usados para a política de renda básica poderia ter sido distribuído de outro modo. Seria possível, por exemplo, dividi-los proporcionalmente à renda original, isto é, com todas as pessoas recebendo um acréscimo correspondente à mesma fração de suas rendas. No exercício, chamamos essa alternativa de crescimento puro, pois seu efeito sobre as diversas curvas é exatamente o mesmo que se observa quando a economia cresce sem alteração na desigualdade (relativa).

Quando todos os rendimentos recebem o mesmo acréscimo percentual – o crescimento puro –, a Parada de Pen se altera, indicando disparidades maiores, mas a Curva de Lorenz não. Isso ocorre porque na Parada de Pen todos crescem, mas os gigantes crescem muito mais em termos absolutos; sempre que ocorre crescimento sem redução da desigualdade, aumenta a disparidade entre as pessoas. A Curva de Lorenz permanece a mesma, indicando uma importante propriedade chamada invariância à escala: se todos os rendimentos da distribuição forem multiplicados pelo mesmo valor – mudanças cambiais, deflacionamento, etc. –, a Curva de Lorenz não se modificará.

Por sua vez, a redistribuição de recursos de modo que as pessoas que têm menos recebam mais, como ocorre em políticas focalizadas, é uma estratégia de equidade. Neste caso, tanto a Parada de Pen quanto a Curva de Lorenz são alteradas pelas transferências, indicando redução da disparidade e da desigualdade.

Comparando os três exercícios, é possível notar que a) mudanças na forma da Curva de Lorenz podem ocorrer sem que a forma da Parada de Pen se altere, mas nesse caso seu nível necessariamente se modifica – trata-se do exemplo da renda básica universal; b) mudanças na forma da Parada de Pen podem ocorrer sem que a Curva de Lorenz se altere – trata-se do exemplo do crescimento puro; c) mudanças na forma e no nível, simultaneamente, da Parada de Pen são sempre acompanhadas de modificações na Curva de Lorenz – trata-se do exemplo da transferência focalizada.

Os exercícios também permitem chegar a conclusões sobre quais tipos de transferência têm maior impacto sobre a desigualdade, a disparidade, a pobreza e o bem-estar da população. Além das Curvas de Lorenz e de Quantis, as Curvas de Lorenz Generalizadas e as Curvas de Concentração são ferramentas úteis para esse tipo de análise.

As Curvas de Lorenz Generalizadas são obtidas multiplicando-se as frações de rendimentos acumulados da Curva de Lorenz pelo rendimento médio, o que equivale a não normalizar os valores de renda da Curva de Lorenz. Portanto, as Curvas de Lorenz apresentam invariância à escala, mas as curvas generalizadas, não. Uma mudança nas médias altera as curvas generalizadas, mesmo que, independentemente, a desigualdade (razão) ou a disparidade (diferença) se mantenham constantes.

Portanto, podemos dizer que as Curvas de Lorenz Generalizadas se alteram quando a) a desigualdade permanece constante, mas a disparidade muda – Curva de Lorenz fixa, forma da Parada de Pen variando; b) a disparidade permanece constante, mas a desigualdade muda – forma da Parada de Pen fixa, nível variando, Curva de Lorenz modificada; c) disparidade e desigualdade variando. Em outras palavras, quaisquer alterações nas Curvas de Lorenz ou na Parada de Pen necessariamente encontram correspondência nas Curvas de Lorenz Generalizadas.

A posição e a inclinação de uma Curva de Concentração em relação à linha de igualdade indicam a progressividade das transferências. Tal como as Curvas de Lorenz, a forma das Curvas de Concentração independe do tamanho da população, da magnitude das variáveis de ordenação e da magnitude total da variável distribuída. Não é o caso dos exercícios, mas vale notar que essas curvas dependem do ordenamento das posições dos indivíduos na distribuição de rendimentos totais e, portanto, uma mudança nos níveis de desigualdade desses rendimentos que fosse suficiente para alterar a posição dos indivíduos na distribuição afetaria as Curvas de Concentração.

Levando-se em consideração as variações nas curvas, pode-se concluir que as transferências proporcionais à renda – exemplo do crescimento puro – não alteram a desigualdade, aumentam a disparidade, reduzem a pobreza e ampliam o nível de bem estar da população. Transferências de valor fixo – exemplo da renda universal – reduzem a desigualdade, não alteram a disparidade, diminuem a pobreza e aumentam o nível de bem-estar. Transferências que promovem equidade – exemplo das políticas focalizadas – reduzem a desigualdade, diminuem a disparidade, atenuam a pobreza e aumentam o bem-estar. As transferências que mais reduzem desigualdade, disparidade e pobreza e aumentam bem-estar são as de tipo focalizado. As menos positivas nessas dimensões sãs as do tipo crescimento puro. Vale ressalvar, porém, que isso não implica necessariamente que uma estratégia de focalização seja melhor que as demais, uma vez que uma série de outros fatores aqui ignorados deve ser levada em consideração no momento de decisão por um determinado tipo de política.

Todas as transferências deslocam a Curva de Lorenz Generalizada para cima, indicando que indiscutivelmente houve uma melhoria de bem-estar para a população como um todo, uma situação conhecida como *dominância de segunda ordem*. Na situação de dominância, a renda acumulada até cada ponto da distribuição posterior às transferências é sempre igual ou maior que a renda acumulada na distribuição original (basta que um ponto seja maior para a existência de dominância).

As situações de dominância de Lorenz e de dominância de segunda ordem são independentes, ou seja, uma pode ocorrer sem a outra. Enquanto a dominância de Lorenz refere-se aos níveis de desigualdade – isto é, às frações de renda em cada ponto ordenado –, a dominância de segunda ordem diz respeito aos níveis de bem-estar – a renda acumulada até cada ponto ordenado. Uma sociedade igualitária pobre pode perfeitamente Lorenz-dominar uma sociedade desigual rica e ser por ela dominada em segunda ordem.

É comum que, em comparações de distribuições, as curvas simples ou as curvas generalizadas se cruzem, o que indica ausência de dominância de desigualdade ou bem-estar, conforme o caso. Nessas situações o julgamento sobre qual distribuição é mais igual ou gera maior bem-estar depende do uso de algum índice que defina, implícita ou explicitamente, uma função de bem-estar.

A transferência de renda de uma pessoa mais rica para uma pessoa mais pobre sempre se reflete na Curva de Lorenz como uma redução na desigualdade, na Parada de Pen como uma redução da disparidade e na Curva de Lorenz Generalizada como uma melhoria de bem-estar. A variação é proporcional à distância das pessoas na distribuição. Transferências dos mais ricos para os um pouco menos ricos têm efeitos menores que transferências dos ricos para os pobres, o que permite deduzir que a redistribuição dos extremamente mais ricos aos extremamente mais pobres é o mecanismo mais eficiente para a redução da desigualdade e da disparidade entre as pessoas e o aumento de bem-estar da população.

Há muitos casos de políticas reais em que as transferências de um fundo não são feitas às pessoas nos extremos da distribuição. Sem evidência empírica prévia, só é possível dizer que uma determinada política de transferências a um grupo inequivocamente reduz ou aumenta a desigualdade quando o grupo é formado, respectivamente, pelos extremamente mais pobres ou pelos extremamente mais ricos. A desigualdade aumenta (diminui) quando as transferências são feitas aos extremamente mais ricos (pobres), mas, se os recursos forem transferidos às pessoas que estão em posições intermediárias da distribuição, só será possível dizer se ocorre aumento ou redução da desigualdade se houver informações sobre a distribuição original, os beneficiários e o valor das transferências.

É possível que a redistribuição de uma pessoa mais rica a uma mais pobre resulte simplesmente na troca de suas posições na distribuição dos rendimentos. A simples troca de posição não afeta as Curvas de Lorenz ou as Paradas de Pen, uma propriedade das curvas que às vezes é chamada de *anonimato*. Uma troca desse tipo configura um caso de mobilidade econômica de circulação. A mobilidade é um assunto importante nos estudos sobre desigualdade, mas as Curvas de Lorenz e de Quantis (Pen) não são as ferramentas adequadas para analisá-la.

Os gráficos da Curva de Lorenz, da Curva de Quantis e da Curva de Lorenz Generalizada têm como eixo horizontal as frações acumuladas de população ordenada segundo rendimentos. Os eixos verticais desses gráficos, porém, são bem distintos. Na Curva de Lorenz são registradas as frações acumuladas dos rendimentos até cada quantil de população; na Curva de Quantis, o rendimento de cada quantil; na Curva de Lorenz Generalizada, a fração do rendimento acumulado vezes a média, que é o mesmo que o rendimento acumulado dividido pelo tamanho da população. Naturalmente essas curvas funcionam como ferramentas para propósitos distintos.

As Curvas de Lorenz permitem comparar desigualdades sem qualquer interferência do nível de disparidade da distribuição; as Curvas de Quantis possibilitam avaliar a disparidade e, em certa medida, a desigualdade entre subgrupos de populações distintas, mas é difícil usá-las para determinar o nível de bem-estar das populações como um todo; com as Curvas de Lorenz Generalizadas, essa determinação é fácil – quando possível –, embora a avaliação da desigualdade e da disparidade entre os estratos de duas populações não seja tão imediata. Cada curva reage a mudanças nos níveis de rendimentos de modo diferente, sendo, portanto, recomendável usar todas em uma mesma análise: Lorenz para desigualdade, Pen para disparidade e Lorenz Generalizada para bem-estar.

4

Comparação de medidas e funções

A comparação de curvas permite verificar a existência de dominância de Lorenz, de primeira e de segunda ordem, entre distribuições. Porém, se as curvas se cruzam, essa dominância não existe. Não havendo dominância, é preciso trazer critérios adicionais para julgar qual distribuição é mais desigual ou qual apresenta maior nível de bem-estar. Esses critérios se representam por meio de funções matemáticas chamadas funções de bem-estar. Em termos simplificados, as funções são uma "regra de desempate" quando não há dominância irrestrita entre distribuições. Como elas estão presentes, explícita ou implicitamente, nas medidas de desigualdade ou bem-estar, o julgamento pode ser feito comparando-se as medidas de duas ou mais distribuições.

Em termos práticos, se há dominância, a diferença dos valores dos distintos pontos das curvas (por exemplo, os quantis) deve ter sempre o mesmo sinal ao longo das distribuições. Não ocorre dominância se a subtração dos valores dos pontos apresentar uma troca de sinais. Ocorrendo essa troca, a decisão sobre qual distribuição é mais desigual ou apresenta maior nível de bem-estar depende da comparação de medidas ou índices calculados para elas.

Uma função de bem-estar é a expressão matemática de uma teoria de justiça que determina o peso que o elemento distribuído tem sobre o bem-estar dos diferentes indivíduos ao longo da distribuição. Colocando de modo mais concreto, uma função de bem-estar pondera quanto um real adiciona ao bem-estar dos pobres e quanto adiciona ao bem-estar dos ricos.

Se não há dominância entre duas distribuições, pode haver funções de bem-estar que considerem uma delas como a de maior bem-estar, e outras que a reputem como de menor bem-estar. Em um artigo muito importante, o economista britânico Anthony Atkinson (1970) demonstrou que uma ampla gama de funções de bem-estar pode ser diferenciada a partir da noção de *aversão à desigualdade*. Uma baixa aversão à desigualdade significa que se julga que um real a mais nas mãos de uma pessoa pobre vale quase tanto quanto um real nas mãos de uma pessoa rica; uma aversão elevada implica julgar que o mesmo real se traduz em muito mais bem-estar para os pobres que para os ricos.

O que Atkinson demonstrou é que todas as funções de bem-estar social que satisfazem a certas condições, as quais implicam a aceitação de alguns princípios ou axiomas de justiça distributiva, podem ser expressas por uma família de funções indexadas por um único número, chamado de parâmetro de aversão à desigualdade:

(04.01)

$$U = \left[\sum_i x_i^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{(1-\varepsilon)}} \text{ se } \varepsilon \neq 1 \text{ e}$$

(04.02)

$$U = \sum_i \ln(x_i) \text{ se } \varepsilon = 1$$

Nessas equações, i indexa os indivíduos, ε representa o parâmetro de aversão à desigualdade, e x_i o indicador de bem-estar (neste exemplo, o rendimento das pessoas).

Se não há aversão à desigualdade, define-se o parâmetro como igual a zero, o que expressa o juízo de valor de que um real a mais aumenta o bem-estar social na mesma proporção, independentemente de quem o recebe, bem como a percepção de que nessa sociedade renda média e nível de bem-estar são sinônimos; não há preocupação alguma com a desigualdade. Por outro lado, se há aversão à desigualdade, o parâmetro será maior do que zero, de forma a expressar o juízo de que, entre duas situações com igual nível de renda, deve ser classificada como de maior bem-estar a situação menos desigual – revela-se, assim, a percepção de que a desigualdade deve ser levada em consideração na mensuração do bem-estar, por ser preferível viver numa sociedade igualitária.

Em tese é possível estabelecer um parâmetro de aversão negativo, indicando que, para exatamente o mesmo nível de recursos, distribuições mais desiguais necessariamente terão um nível de bem-estar maior do que sociedades igualitárias. Isso, no entanto, fará a medida violar alguns axiomas importantes, entre eles o princípio de Pigou-Dalton, e a tornará inconsistente com muitas das ferramentas analisadas neste livro.

Para uma elevada aversão à desigualdade, o parâmetro de aversão pode ser definido como igual a um. Com esse valor, a função de bem-estar social apresenta uma propriedade interessante: um aumento proporcional na renda de qualquer indivíduo na sociedade propicia o mesmo aumento de bem-estar. Em outras palavras, se há um aumento de mil reais na renda de um milionário *strictu sensu*, o impacto positivo sobre o bem-estar é o mesmo proporcionado por um aumento de um real na renda de um indivíduo cuja renda anterior era de mil reais.

Sergei Soares e Rafael Osório (2007) propõem uma alegoria interessante para descrever o que ocorre com a função de bem-estar com o parâmetro de aversão unitário: imagine que Robin Hood retirou mil reais de um milionário, e colocou-os em sua bolsa. Como a bolsa estava furada, até chegar aos pobres, ele perdeu R$ 998 no caminho, e, assim, só conseguiu entregar um real para duas pessoas, cuja renda prévia era de mil reais. Como a perda do milionário foi de 0,1%, e o ganho individual dos dois beneficiados foi também de 0,1%, a sociedade em questão experimentou um aumento líquido de bem-estar. Um parâmetro unitário de aversão à desigualdade pode, então, ser considerado elevado, embora seja possível trabalhar com valores ainda mais altos.

Qual seria o melhor valor para os parâmetros de aversão à desigualdade? Não há uma resposta técnica para essa pergunta, pois ela exige um posicionamento normativo sobre as relações entre bem-estar e desigualdade, o qual guarda relação não apenas com os fatos, mas também com julgamentos de valor.

5

Medidas de desigualdade

Coeficiente de Gini

O coeficiente de Gini é uma medida que sintetiza o nível de desigualdade de uma distribuição de renda em um único número. Trata-se do indicador mais conhecido e usado de desigualdade. A medida, que é incorporada em vários outros índices, inclusive medidas de pobreza, também é conhecida como *índice de Gini*, ou simplesmente *Gini*, e denotada abreviadamente por G. O coeficiente de Gini usa informações sobre todos os pontos da distribuição e pertence à família das medidas de dispersão relativa.

O nome "coeficiente de Gini" é uma homenagem ao estatístico e demógrafo italiano Corrado Gini (1884-1965), a quem a criação do coeficiente, em 1912, é atribuída. Ao que tudo indica, esse índice apareceu pela primeira vez em *Variabilità e mutabilità: contributo allo studio delle distribuzioni e relazioni statistiche* (Gini, 1912), um texto raro que recebeu grande divulgação inicial por intermédio de um artigo de Hugh Dalton (1920), *The measurement of the inequality of incomes*. Partes do texto de Gini foram traduzidas para o inglês e republicadas recentemente (Ceriani; Verme, 2011).

O tipo de desigualdade medida pelo coeficiente de Gini é a desigualdade relativa – a mesma representada na Curva de Lorenz.

Aliás, assim como a forma da Curva de Lorenz, o valor do coeficiente é independente da escala utilizada ou da média da distribuição. Logo, comparações podem ser feitas independentemente de conversões cambiais, deflações, crescimento econômico, etc. A medida também independe do tamanho da população.

O coeficiente de Gini pode ser calculado a partir da Curva de Lorenz. Ele corresponde ao dobro do valor da área entre a Curva de Lorenz e a Linha da Perfeita Igualdade. Trata-se, portanto, de uma medida de afastamento de uma dada distribuição de renda em relação a uma situação de perfeita igualdade. Dobra-se o valor para obter um coeficiente que varie entre 0 e 1 e não entre 0 e ½. Um coeficiente de Gini igual a 0 significa que não há qualquer desigualdade na população; um coeficiente igual a 1 significa desigualdade máxima, ou seja, que tudo na distribuição (toda a riqueza, por exemplo) é apropriado por um único indivíduo da população.

Como é o dobro da área entre a Curva de Lorenz e a Linha da Perfeita Igualdade, o coeficiente de Gini pode ser expresso na forma

(05.01)

$$G = 1 - 2\int_0^1 L_x(y)dy$$

sendo G o coeficente de Gini e $L_x(y)$ a Curva de Lorenz da distribuição de y entre os indivíduos x (rendimentos entre pessoas, nos exemplos acima). Porém, se há apenas rendas positivas na distribuição, é mais prático fazer cálculos usando outras fórmulas. Mais exatamente, o coeficiente de Gini pode ser calculado como a metade da diferença média relativa ou, em outras palavras, metade da média das diferenças absolutas entre todos os pares ordenados possíveis de rendimentos, dividida pela média dos rendimentos. Algebricamente, pode ser expresso como

(05.02)

$$G = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta_y}{\mu_y}$$

onde G é o coeficente de Gini, Δ_y é a diferença absoluta média entre todos os pares ordenados possíveis das rendas y, e μ_y o valor médio das rendas. Por ser baseado em diferenças, o coeficiente de Gini é considerado uma medida de dispersão. A diferença absoluta média dividida pela média dos rendimentos torna-se diferença média relativa, o que faz do coeficiente de Gini uma medida de dispersão relativa, ou seja, uma medida que trata desigualdade como sinônimo de dispersão relativa. Havendo rendas negativas na distribuição a fórmula não será dividida por dois, como acima, mas por algum outro número que assegure que o coeficiente permaneça entre zero e um, assunto que não será tratado neste livro.

A fórmula fica mais clara se evidenciarmos que o valor de Δ corresponde a

(05.03)

$$\Delta_y = [(y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + ... + (y_n - y_{n-1})]\frac{1}{N}$$

onde $y_1 ... y_n$ são os rendimentos das pessoas colocados em ordem crescente, e N o número de pessoas da população. As diferenças entre esses rendimentos são as diferenças entre os pares ordenados, e sua soma, a diferença absoluta total, a qual, dividida por N,torna-se diferença absoluta média.

Uma outra maneira de expressar o coeficiente de Gini é

(05.04)

$$G = 1 - \sum_{i=1}^{N} (x_i - x_{i-1})(y_i - y_{i-1})$$

onde x_i é o ponto no eixo horizontal da distribuição, geralmente correspondendo a indivíduos ou unidades amostrais (pesos amostrais). Nesse caso, um esclarecimento é feito abaixo. Aliás, quando se calcula o coeficiente indivíduo a indivíduo ou usando intervalos iguais de população, a fórmula pode ser simplificada para

(05.05)

$$G = 1 - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - y_{i-1})$$

Dispondo-se de microdados, o coeficiente de Gini de rendimentos positivos pode ser calculado em seis etapas: a) a população é ordenada em ordem crescente de rendimentos (ou da variável para a qual o índice será calculado); b) calcula-se a diferença entre cada par possível, isto é, os rendimentos da primeira pessoa menos os rendimentos da segunda, os da segunda menos os da terceira, e assim por diante; c) somam-se essas diferenças para calcular a diferença absoluta total; d) divide-se a diferença total pelo número de pessoas na população, o que resulta na diferença absoluta média; e) divide-se essa diferença absoluta média pela média dos rendimentos, tornando-a relativa; f) divide-se a diferença média relativa por dois, obtendo-se o valor do coeficiente de Gini.

Se dados amostrais estiverem sendo utilizados, a expansão deve ser levada em conta nos cálculos: cada registro vai representar o número de indivíduos correspondente ao fator de ponderação ou expansão da amostra, e as somas e médias deverão ser também ponderadas. A maior parte dos programas de computador faz isso automaticamente, usando pesos amostrais em todas as operações por meio de um comando de ponderação. Alguns programas possuem rotinas para o cálculo automático da medida. Como pequenas variações no coeficiente de Gini podem indicar mudanças razoáveis na desigualdade da distribuição, é comum que os resultados sejam apresentados com três ou mais casas decimais.

As fórmulas acima são simples, mas, do ponto de vista computacional, exigem que o rendimento de um registro – uma família, por exemplo – seja relacionado ao rendimento do registro anterior. Se não for possível fazer isso, mas acumular valores for fácil, uma outra maneira de calcular o coeficiente de Gini dispondo-se de microdados ordenados por valor de rendimento baseia-se na fórmula

(05.06)

$$G = (y_1 + 2y_2 + 3y_3 + \ldots + Ny_N)\frac{2}{N^2\mu_y} - \frac{N+1}{N}$$

onde G é o coeficiente de Gini, $y_1 \ldots y_n$ são os rendimentos em ordem crescente, da primeira à última pessoa da distribuição, N é o número de pessoas da distribuição e μ_y é o rendimento médio da distribuição.

As etapas para o cálculo do coeficiente de Gini da distribuição dos rendimentos seguindo esse modelo são a) colocar a população em ordem crescente de rendimentos; b) somar uma vez o primeiro rendimento mais duas vezes o segundo rendimento, e assim por diante, até o último (maior) rendimento, que será multiplicado pelo número de pessoas da população Ny_N; c) multiplicar o resultado por dois e dividi-lo pelo quadrado do número de pessoas vezes a média dos rendimentos (elevar N ao quadrado aqui é o mesmo que fazer duas divisões consecutivas por N); d) subtrair desse resultado o número de pessoas mais um, dividido pelo número de pessoas da população.

Mas atenção: se os microdados usados forem de uma pesquisa amostral, torna-se necessário levar em consideração os fatores de expansão da amostra, também conhecidos como pesos. A fórmula acima pode ser reescrita como

(05.07)

$$G = [w_1 y_1 + (w_1 + w_2) y_2 + (w_1 + w_2 + w_3) y_3 + \ldots + N y_N]\frac{2}{N^2 \bar{y}} - \frac{N+1}{N}$$

onde $w_1 \ldots w_N$ são os pesos de expansão amostral. Em vez de multiplicar o primeiro rendimento por um, o segundo por dois, etc., devemos multiplicar cada rendimento pelo número de pessoas representado até ele; se o primeiro registro representa 100 pessoas e o segundo registro representa 200, a soma será $100y_1 + 300y_2 + ... + Ny_N$, isto é, cada rendimento sendo multiplicado pelos pesos acumulados até aquele registro. Em geral, os fatores de expansão (pesos) correspondem à população representada por cada registro, mas há exceções em que os pesos são frações. Isso, porém, não importa na fórmula acima; qualquer tipo de peso pode ser usado, pois o valor do coeficiente de Gini é independente do tamanho da população.

A interpretação dos valores-limite do coeficiente para uma distribuição de rendimentos é simples e direta, mas a dos valores intermediários, não. Embora o coeficiente de Gini igual a 0 indique igualdade perfeita e o igual a 1 signifique que 100% dos rendimentos são apropriados por uma única pessoa, um coeficiente igual a 0,3 não significa, por exemplo, que 30% dos rendimentos são apropriados por metade da população ou algo parecido.

Há várias maneiras de interpretar os valores intermediários do coeficiente de Gini, mas, como ele não possui uma "unidade de medida", todas são relativas. Uma, proposta por Atkinson (1975), sugere que em uma distribuição o coeficiente de 0,40 significa que a diferença entre duas pessoas aleatoriamente escolhidas tende a ser 80% da média (80% é o dobro de 0,40). Já uma interpretação geométrica relaciona o coeficiente à Curva de Lorenz: como o coeficiente de Gini mede o quanto a área da Curva de Lorenz observada se aproxima de uma situação de desigualdade máxima, a interpretação se dá em termos de proporção da desigualdade máxima. Um coeficiente de 0,60 indica que a desigualdade naquela distribuição corresponde a 60% do máximo possível.

Como se trata de uma medida de dispersão relativa, se o coeficiente aumenta é porque a diferença entre os pares ordenados está aumentando. Mas como uma diferença maior em um par pode ser anulada por uma diferença menor em outro, um crescimento do coeficiente deve ser entendido como um aumento médio das diferenças relativas, isto é, um aumento generalizado que está ocorrendo não porque as magnitudes estão crescendo devido à inflação dos rendimentos ou a outros fatores, e sim porque a desigualdade relativa está aumentando.

Qualquer aumento nos rendimentos das pessoas abaixo da mediana da distribuição, desde que não altere a ordenação dos indivíduos, provoca uma redução no valor do coeficiente. Além disso, qualquer transferência de uma pessoa mais rica para uma pessoa mais pobre reduz o valor do coeficiente. Isso não se aplica quando essa transferência resulta em reversão das posições relativas (se, por exemplo, uma pessoa trocar seus rendimentos com outra pessoa).

O coeficiente de Gini não é igualmente sensível a transferências de rendimentos dentro da distribuição (redistribuições de rendimentos). Sua sensibilidade depende da magnitude e da posição dos rendimentos antes das transferências. Uma transferência entre pessoas situadas próximas da metade da distribuição tem um peso maior do que uma transferência realizada dos extremamente mais ricos aos extremamente mais pobres. Isso significa que o coeficiente aumenta ou diminui de maneira diferenciada conforme o valor dos rendimentos e a distância das pessoas envolvidas no processo redistributivo. Essa característica dificulta sua decomposição segundo grupos da população, mas não impede outros tipos de decomposição baseados na própria variável distribuída, como, por exemplo, a da desigualdade de rendimentos segundo fatores (fontes de rendimentos).

Uma análise detalhada do coeficiente de Gini, cinco modos de defini-lo estabelecidos por vários autores e os efeitos de transferências em seu valor são discutidos por Sudir Anand nos apêndices do livro *Inequality and poverty in Malaysia: measurement and decomposition*, de 1983, republicados na coletânea *Measurement of inequality and poverty* (Subramanian, 2001). A notação para funções de sensibilidade a transferências do coeficiente de Gini e de outras medidas em distribuições discretas e contínuas é apresentada nos apêndices de *Measuring inequality* (Cowell, 1995).

Entre as obras em português, Rossi (1982) faz uma breve apresentação do coeficiente e discute sua decomposição, as correções para o cálculo quando só se dispõe de dados agregados e o ajuste de Paglin para rendas pessoais permanentes por idade em *Índices de desigualdade de renda e medidas de concentração industrial*. Esses mesmos tópicos e detalhes sobre o cálculo do coeficiente a partir de uma abordagem geométrica, a definição do dual da medida (que é ela própria) e a análise da sensibilidade de várias medidas a transferências são discutidos em *Distribuição de renda: medidas de desigualdade e pobreza* (Hoffmann, 1998).

Coeficiente de concentração

O coeficiente de concentração é uma medida que sintetiza o nível de concentração de uma variável entre indivíduos ordenados a partir de outra variável, como, por exemplo, a mortalidade infantil segundo o grau de urbanização dos domicílios ou a concentração dos programas de assistência social segundo o nível de renda familiar dos beneficiários. Trata-se de *uma* medida análoga ao coeficiente de Gini – mais exatamente, o coeficiente de Gini é um caso particular de coeficiente de concentração. Este se denota abreviadamente por *C* e, eventualmente, é chamado também de "índice de concentração".

O coeficiente de concentração de um rendimento positivo equivale ao dobro da área entre a Curva de Concentração e a Linha da Perfeita Igualdade, similarmente ao que ocorre no cálculo do coeficiente de Gini. Ele varia entre -1 e +1. O dobro dessa área pode ser expresso por

(05.08)

$$C_k = 1 - 2\int_0^1 L_x(k)\,dy$$

sendo C_k o coeficente de concentração da variável k ao longo da distribuição de y entre os indivíduos x.

Se a concentração for ao longo de uma distribuição de rendimentos, -1 indicará concentração total no indivíduo mais pobre, e +1, concentração total no indivíduo mais rico. A importante diferença entre os coeficientes é que áreas acima da reta da igualdade entram negativamente no cômputo. É possível, portanto, haver coeficientes de concentração negativos se, por exemplo, a renda à qual se referem estiver mais que proporcionalmente nas mãos dos mais pobres.

Coeficientes de concentração são muito úteis para decomposições da desigualdade total de rendimentos segundo fatores (fontes de rendimento). Essas decomposições permitem determinar, por exemplo, a contribuição da concentração dos rendimentos do trabalho para a desigualdade de rendimentos total. Um coeficiente de Gini da distribuição de uma variável agregada equivale a uma soma ponderada dos coeficientes de concentração dos componentes dessa variável agregada. Por exemplo, o coeficiente de Gini da distribuição do rendimento pessoal total equivale a uma soma ponderada dos coeficientes de concentração dos rendimentos do trabalho, aposentadorias, pensões, transferências e outros.

Classe de medidas de Atkinson

A classe ou família de medidas de Atkinson refere-se a um conjunto de medidas de desigualdade que podem ser originadas a partir de uma mesma fórmula, variando-se nela apenas um parâmetro, que se destina a medir a aversão à desigualdade. Embora componham uma classe, as medidas são também conhecidas como se fossem um único índice, o índice de Atkinson. Elas foram propostas originalmente por Atkinson em 1970, em um artigo no *Journal of Economic Theory*, mas a fórmula apresentada aqui é uma versão levemente simplificada da proposição original (Sen; Foster, 1997).

O uso do índice de Atkinson é muito menos frequente que o de outras medidas, como o coeficiente de Gini, mas sua análise é relevante porque evidencia conceitos e características importantes das medidas de desigualdade. A análise da classe de medidas de Atkinson é porta de entrada para o entendimento de como funções de bem-estar estão implícitas em todas as medidas de desigualdade. Essa classe de medidas não pertence, mas pode ser facilmente relacionada à família das medidas de entropia, da qual os índices de Theil são casos particulares – os índices de entropia equivalem a uma transformação do índice de Atkinson. Por sinal, quando o parâmetro de aversão à desigualdade da medida de Atkinson for igual a 1, a medida equivalerá à medida generalizada de entropia de parâmetro zero, que é conhecida também como L de Theil.

O tipo de desigualdade medido pelo índice de Atkinson é a desigualdade relativa. Mas cada medida de desigualdade define "desigualdade" de um modo particular. O índice de Atkinson não mede desigualdade do mesmo modo que o coeficiente de Gini, por exemplo. Dependendo de como o assunto é enfocado, o índice de Atkinson sequer mede a mesma desigualdade que o coeficiente de Gini, pois definições diferentes de desigualdade, logicamente, implicam "desigualdades" diferentes, ainda que ambas sejam "desigualdades" relativas. É perfeitamente possível, portanto, que os resultados obtidos com o índice de Atkinson e o coeficiente de Gini sejam díspares: um pode identificar um aumento radical na desigualdade, enquanto outro pode medi-la como praticamente estável.

Em que medida a igualdade é melhor que a desigualdade? A resposta para essa pergunta é uma das chaves para a construção das medidas de Atkinson. Uma distribuição desigual e uma distribuição igualitária podem ter a mesma renda média. O que pode nos levar a julgar a distribuição igualitária como melhor é nosso grau de aversão à desigualdade. Se essa aversão não existir, uma distribuição será tão boa quanto outra de igual média; se, porém, a aversão for grande, será preferível uma distribuição igualitária, mesmo que isso implique uma média *um tanto menor*. A medida do "um tanto menor" aceitável para chegar a uma sociedade mais igualitária é a medida do grau de aversão à desigualdade.

O grau de aversão à desigualdade é um juízo de valor. Todas as medidas de desigualdade possuem implícitos julgamentos de valor que estabelecem como a diferença de rendimentos entre duas pessoas deve afetar a medida geral de desigualdade; em outras palavras, todas as medidas de desigualdade definem o quanto a igualdade é melhor que a desigualdade. O que a classe de Atkinson faz é tornar explícitos esses julgamentos por meio da definição do parâmetro de aversão à desigualdade.

Lógica de cálculo da medida de Atkinson

Como outras medidas, as de Atkinson medem como a distribuição observada desvia-se da distribuição perfeitamente igualitária. Mais especificamente, elas são uma medida do desvio cumulativo ajustado de cada rendimento em relação ao valor do rendimento médio da distribuição. O desvio é dado pela razão entre um rendimento e a média, a acumulação se dá pela soma dos desvios individuais e o ajuste é feito em função do parâmetro de aversão à desigualdade, definido por um julgamento de valor.

O conceito por trás das medidas de Atkinson é o de nível de renda equivalente, isto é, o de que o mesmo nível de bem-estar de uma sociedade rica, porém desigual, pode ser obtido em uma sociedade mais pobre, porém perfeitamente igualitária. Com isso, existe uma renda média igualmente distribuída que faria que o bem-estar da sociedade fosse o mesmo que se obtém com a renda média maior, porém desigualmente distribuída. A medida de Atkinson se define a partir da renda da sociedade igualitária mais pobre, que seria equivalente, em termos de bem-estar social, à renda mal distribuída da sociedade mais rica. Se estabelecermos que A é a medida de Atkinson, y_* a renda média da distribuição igualitária hipotética, e μ_y o rendimento médio da distribuição observada, a fórmula que define a medida será:

(05.09)

$$A = 1 - \frac{y_*}{\mu_y}$$

É fácil saber a renda média da distribuição observada; a questão é como calcular a renda equivalente da distribuição igualitária. Para isso, são necessárias informações sobre a distribuição observada dos rendimentos e um julgamento sobre como a existência de desigualdades reduz o bem-estar social, isto é, um parâmetro de aversão à desigualdade. Isso é feito na fórmula que define a classe de medidas de Atkinson abaixo, a qual, apesar de um pouco longa, é simples:

(05.10)

$$A_\varepsilon = 1 - \left[\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{y_i}{\mu_y}\right)^{1-\varepsilon} f_i\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Para $\varepsilon \neq 1$, onde y_i é o rendimento recebido pela pessoa i, μ_y é o rendimento médio da distribuição, y_i / μ_y a fração do rendimento médio recebido por cada pessoa, f_i a fração de população acumulada até a pessoa i e ε o parâmetro de aversão à desigualdade. O valor $\varepsilon = 0$ significa que não há qualquer aversão à desigualdade – o crescimento puro dos rendimentos é uma situação necessariamente melhor que qualquer outra, mesmo que com desigualdade ainda maior, ao passo que $\varepsilon = \infty$ significa aversão completa a qualquer desigualdade – a única maneira de aumentar o nível de bem-estar nessa sociedade é beneficiar o indivíduo em piores condições.

A fórmula acima é válida para todos os valores de ε, exceto 1. Quando $\varepsilon = 1$, não é possível calcular a medida com essa fórmula, pois isso implicaria uma divisão por zero. Torna-se necessário, nesse caso, usar a fórmula

(05.11)

$$A_\varepsilon = \left(\prod_{i=1}^{N} \frac{y_i}{\mu_y} \right)^{\frac{1}{N}}$$

a qual equivale à formula abaixo, que é mais simples de ser tratada computacionalmente e que pode, ainda, ser calculada como o resultado de 1 menos a média geométrica dividida pela média aritmética:

(05.12)

$$A_{\varepsilon=1} = 1 - \exp\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \ln\left(\frac{y_i}{\mu_y} \right) \right]$$

Os cálculos geralmente são feitos apenas para os rendimentos maiores que zero, pois A será igual a 1 se houver uma pessoa com rendimento zero e o parâmetro de aversão for igual ou maior que 1. Se estiverem sendo utilizados dados amostrais, a expansão deverá ser levada em conta e cada registro deverá representar o número de indivíduos correspondente ao fator de ponderação ou expansão da amostra. Isso só não é necessário quando todos os pesos de expansão são idênticos.

Na comparação com o coeficiente de Gini, um aspecto das medidas de Atkinson deve ser ressaltado. Enquanto no coeficiente de Gini o que se soma são diferenças absolutas, isto é, um valor menos outro, nas medidas de Atkinson – e em várias outras – o que é agregado são diferenças relativas, ou seja, um valor dividido por outro. Essa mudança é relevante e traz implicações importantes, por exemplo, a possibilidade de decomposição da desigualdade total segundo grupos populacionais como os formados por sexo, idade, raça, etc.

Como interpretar a medida

A interpretação dos valores das medidas de Atkinson usando o conceito de nível de renda equivalente é bastante simples. Uma medida igual a 0,25 significa que o mesmo nível de bem-estar de uma distribuição desigual poderia ser obtido com uma distribuição igualitária de média 25% menor; se A = 0,30, a igualdade na distribuição permitiria um bem-estar equivalente mesmo que a média dos rendimentos fosse 30% menor. Isso é fácil de notar quando se lembra que a medida é definida como

(05.13)

$$A = 1 - \frac{y_*}{\mu_y}$$

lembrando que A é a medida de Atkinson, y_* a renda média da distribuição igualitária hipotética, e μ_y o rendimento médio da distribuição observada. Se a média da distribuição igualitária equivalente corresponder a 70% da média observada, então teremos A = 0,30, afinal, (1 - 0,30) é igual a 70%.

Como definir a aversão à desigualdade

Na prática, os estudos que usam a família de medidas de Atkinson geralmente criam índices com o parâmetro de aversão à desigualdade variando entre 0,25 e 2, mas nada impede que outros valores sejam utilizados. Embora o grau de aversão à desigualdade usado em uma medida de Atkinson seja determinado por julgamentos de valor, isso não quer dizer que o parâmetro de aversão seja arbitrário, isto é, determinado sem uma fundamentação razoável. Na verdade, uma característica das medidas é exigir de forma explícita que se declare em que proporção as desigualdades devem afetar os valores do índice, e talvez isso explique por que muitos evitam utilizá-las.

A exigência de que a função de bem-estar usada na medida seja explicitada requer, consequentemente, a fundamentação do cálculo da medida por alguma teoria de justiça distributiva que permita determinar o valor do parâmetro de aversão à desigualdade. Por exemplo, a ideia de que a pobreza é uma situação inaceitável e de que o nível mínimo tolerável de igualdade em uma sociedade é aquele necessário para erradicar completamente a pobreza constitui um argumento de referência para o cálculo do parâmetro de aversão. Um outro exemplo seria contrastar uma situação de crescimento do Produto Interno Bruto (PIB) em um período com uma redução da desigualdade no mesmo período para definir esse parâmetro.

A escolha de um determinado valor para o parâmetro de aversão faz alguma diferença quando realizamos comparações? Sim, em particular se não houver total clareza sobre os níveis de desigualdade de duas distribuições, porque especialmente nesses casos o grau de desigualdade de uma distribuição não pode ser medido sem o uso de julgamentos de valor, ainda que implícitos.

Uma maneira de comparar a desigualdade de duas distribuições é pelo contraste de suas Curvas de Lorenz. Se uma curva é sempre mais alta que a outra, podemos afirmar com segurança que há dominância de Lorenz e, por isso, uma distribuição é mais desigual que a outra. Porém, se as curvas se cruzam, a situação se torna ambígua (uma curva é mais alta que a outra só até certo ponto) e precisamos de um critério para tomar uma decisão. Esse critério implica a definição de uma função de bem-estar, o que geralmente fazemos implicitamente ao escolher uma medida ou índice de desigualdade, calculá-la para as duas distribuições e, a partir dos resultados, identificar a mais desigual. O estabelecimento do parâmetro de aversão é uma determinação dessa função de bem-estar e, a depender de seu valor, uma distribuição pode ser considerada mais ou menos igualitária que outra.

E o que é uma "função de bem-estar"? No caso das medidas de desigualdade, trata-se de uma função matemática que representa a relação entre rendimentos e bem-estar. Uma função desse tipo nos diz, por exemplo, que nível de bem-estar pode ser atingido com um determinado valor de rendimentos. Em geral, essas funções são construídas de modo que, quanto maiores os rendimentos das pessoas, maior o nível de bem-estar a elas atribuído, mas esse raciocínio não implica que os rendimentos devem ser a única fonte de bem-estar das pessoas. Aliás, "bem-estar" é usado como um conceito específico, diferente, por exemplo, de ideias como "felicidade" e "satisfação" ou mesmo do conceito de "utilidade" comumente encontrado na filosofia utilitarista e usado na microeconomia.

A classe de medidas de Atkinson, assim como muitos outros tipos de medida, permite o uso de um tipo de função de bem-estar que assume o julgamento de que o acréscimo de $1 nos rendimentos traz mais bem-estar a uma pessoa pobre do que a uma pessoa rica. Assim, é de se esperar que o bem-estar cresça menos que proporcionalmente à renda. Em outras palavras, a função é convexa e o aumento marginal de bem-estar resultante de aumentos de renda é decrescente (quando $\varepsilon > 0$). O oposto também é válido, isto é, a perda de $1 é pior para uma pessoa pobre do que para uma pessoa rica.

Isso tem várias implicações, entre as quais a de que uma transferência de uma pessoa rica para uma pessoa pobre sempre aumenta o bem-estar social total, que no caso é a soma dos níveis de bem-estar de cada pessoa da população. Como isso sempre ocorre, o bem-estar social total máximo será atingido quando houver igualdade absoluta na sociedade. É por isso que as medidas de Atkinson se baseiam na ideia de que o bem-estar em uma sociedade rica, porém desigual, pode ser atingido por uma sociedade mais pobre, porém igualitária.

O quanto as transferências de ricos a pobres devem aumentar o bem-estar social depende de como a função de bem-estar foi construída. Essa construção determina, automaticamente, o grau de aversão à desigualdade implícito na função. Em uma função de bem-estar que julga que um acréscimo nos rendimentos traz praticamente o mesmo resultado para pessoas pobres e ricas, a aversão à desigualdade é pequena. Já em uma função de bem-estar que assume que a perda ou o ganho de $1 significa muitíssimo mais para uma pessoa pobre do que para uma pessoa rica, a aversão à desigualdade é alta.

Quando a aversão à desigualdade é muito alta, uma pequena redução na desigualdade de rendimentos traz os mesmos resultados que um grande crescimento do PIB. Portanto, nesse caso, o nível de bem-estar de uma sociedade rica pode ser facilmente atingido por uma sociedade pobre igualitária com uma renda menor, isto é, em termos de bem-estar, a renda equivalente de uma sociedade igualitária pode ser bem menor que a de uma sociedade desigual. O conceito de *renda equivalente* de Atkinson, portanto, refere-se a como níveis menores de renda total (mais exatamente, renda média) são compensados por maior igualdade.

Nas medidas de Atkinson a aversão à desigualdade pode variar de zero a infinito. O valor zero significa que a existência da desigualdade é irrelevante e tudo que importa é a média da distribuição. Esse é, por exemplo, o nível de aversão (ou sua ausência) que usamos quando fazemos comparações simples de bem-estar a partir de indicadores como o PIB *per capita*. Quanto maior o parâmetro de aversão, mais peso é dado à situação dos indivíduos mais pobres. O valor infinito significa que qualquer desigualdade é altamente indesejável e, portanto, o que influencia o índice é a situação relativa do indivíduo mais pobre da sociedade: a redução da desigualdade exige necessariamente uma redistribuição para essa pessoa. Atkinson (1975) sugere que a abordagem de aversão infinita corresponde à posição de Rawls (1971), mas essa interpretação deve ser feita com cautela, pois o princípio da diferença de Rawls admite certos tipos de desigualdade que beneficiam os indivíduos em piores condições.

A aversão à desigualdade nas medidas de Atkinson implica que seria aceitável viver em uma sociedade de renda um tanto menor se essa sociedade fosse mais igualitária. Atkinson (1975) sugere uma ilustração de como transformar essa medida do "um tanto menor" no parâmetro de aversão: suponha-se uma população de duas pessoas, uma com rendimentos duas vezes maiores que os da outra, e que se pretende distribuir renda da pessoa mais rica à mais pobre, mesmo que existam perdas nessa distribuição. Vamos representar a proporção da renda efetivamente transferida por x e as perdas no processo de transferência por $1-x$. Se houver perda de 75% dos recursos na transferência ($1-x$ = 0,75), então x = 0,25, ou seja, apenas um quarto da renda transferida chegará à pessoa mais pobre. Se esse tipo de perda for aceitável e o nível de renda menor, porém mais bem distribuído for equivalente à situação desigual original, o parâmetro de aversão à desigualdade ε será dado pela fórmula

(05.14)

$$2^{\varepsilon} = \frac{1}{x}$$

Se a desigualdade não importa, então não é aceitável nenhuma perda para a existência de maior igualdade e, portanto, x deve ser igual a 1 (na equação, isso exigiria que ε fosse igual a 0). A interpretação desse julgamento é de que uma sociedade igualitária só será equivalente a uma população desigual se o nível de renda for o mesmo (100% equivalente). Porém, se for aceitável que apenas 50% das transferências cheguem aos mais pobres, então x = 0,50, o que requer ε = 1. Um ε = 2 significa que são aceitáveis perdas de até 75% do total de transferências, um ε = 3 significa que perdas de até 87,5% são aceitáveis, e assim por diante.

O significado de ε depende da forma da distribuição observada dos rendimentos. Se na população de duas pessoas uma tivesse rendimentos 10 vezes maiores que os da outra, teríamos

(05.15)

$$10^{\varepsilon} = \frac{1}{x}$$

e, portanto, um ε = 2 significa que seriam aceitáveis perdas de até 99% do total de transferências, um ε = 3 significa que perdas de até 99,9% seriam aceitáveis, e assim por diante.

Isso pode ser dito com outras palavras adotando-se a abordagem da renda equivalente (ou, mais exatamente, de bem-estar equivalente), isto é, a ideia de que o bem-estar em uma sociedade igualitária de menor renda é equivalente ao de uma sociedade mais rica, porém desigual. O parâmetro de aversão à desigualdade determina os limites dessa equivalência. Em uma população de duas pessoas, uma com o dobro dos rendimentos da outra, um $\varepsilon = 2$ indica que, mesmo com uma redução de 75% no excesso relativo dos rendimentos (excesso de alguns rendimentos em relação à média, que causa a desigualdade), uma sociedade mais igualitária seria equivalente, em termos de bem-estar, a uma sociedade rica e desigual. Se uma pessoa recebesse dez vezes mais do que a outra, então para um $\varepsilon = 2$ a equivalência em níveis de bem-estar seria obtida mesmo com uma redução de 99% no excesso relativo dos rendimentos.

Índices T de Theil e L de Theil: medidas de entropia

Em um livro sobre teoria da informação, o economista Henry Theil (1967) propõe dois índices de desigualdade, hoje denominados em sua homenagem por T de Theil e L de Theil. É comum que o índice T de Theil seja também chamado de T-Theil e abreviado por T ou T_T e o L de Theil, chamado de L-Theil e abreviado por L ou T_L. Dos índices, o mais usado é o T-Theil, e é a ele que se faz referência quando se usa apenas a expressão "índice de Theil".

Em termos gerais, os índices de Theil podem ser entendidos como medidas que sintetizam a distância relativa dos pontos da distribuição real em relação a uma distribuição perfeitamente igualitária. Assim como a maioria das medidas de desigualdade, os índices de Theil medem desigualdade relativa. Eles são as medidas mais conhecidas de uma família de medidas de desigualdade chamada medidas de entropia generalizada, em decorrência da tradução imediata dos termos em inglês, ou, mais corretamente, medidas generalizadas de entropia.

A noção de entropia teve origem na física termodinâmica e foi posteriormente incorporada na estatística. Em geral, ela é associada ao grau de "desordem" de uma distribuição, mas talvez seja melhor entendê-la por meio de associações às ideias de desagregação e desconcentração. Se toda a renda está concentrada em um único indivíduo, o grau de entropia dessa distribuição é baixo (há muita "ordem" devido à concentração ou agregação em torno de um único indivíduo). Se a renda é bem distribuída, há pouca agregação em torno de um indivíduo e, portanto, o grau de entropia é alto.

Os índices de Theil têm vantagens e desvantagens em relação ao coeficiente de Gini. A vantagem que mais comumente se destaca é a decomponibilidade. Os índices de Theil são aditivamente decomponíveis em subgrupos, o que quer dizer que a desigualdade total de uma distribuição pode ser decomposta na soma da desigualdade dentro dos subgrupos dessa distribuição mais a desigualdade entre esses subgrupos – ou, colocando em uma linguagem mais usada, a desigualdade dentro dos grupos e a desigualdade entre os grupos. Essa decomposição não é possível com o coeficiente de Gini.

A desvantagem mais conhecida dos índices de Theil é sua incapacidade de computar populações sem rendimentos. Porque os índices são calculados usando-se logaritmos naturais e não existem logaritmos de zero, a desigualdade em uma população em que há pessoas ou famílias sem rendimentos não pode ser calculada, exceto se essas pessoas forem excluídas dos cálculos ou se algum ajuste *ad hoc* for realizado, o que nem sempre é desejável. O ajuste mais comum é atribuir rendimento igual a 1 a quem de fato tem rendimento 0, mas isso altera a distribuição real. A forma do T-Theil é

(05.16)

$$T = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{y_i}{\mu_y}\ln\frac{y_i}{\mu_y}$$

onde n é o número de unidades (pessoas, famílias, regiões, etc.), y_i é o rendimento recebido pela unidade i, N é o número de unidades da distribuição e μ_y é o rendimento médio da distribuição de todas as unidades, de tal modo que y_i/μ_y será a fração do rendimento médio recebido por cada unidade.

Diferente do coeficiente de Gini, que resulta em valores entre zero e um, e por isso é facilmente interpretável em comparações, o índice T pode variar entre zero (igualdade perfeita) e infinito. A rigor, o índice varia entre zero e $\ln n$. Como essa expressão pode assumir qualquer valor, o limite máximo do índice T é infinito. Uma maneira de padronizar o índice de modo a fazê-lo variar apenas entre 0 e 1 é dividi-lo por $\ln n$. O índice L-Theil é definido por

(05.17)

$$L = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\ln\frac{\mu_y}{y_i}$$

o que corresponde ao desvio logarítmico médio dos rendimentos. Esse índice equivale ao índice de Atkinson quando seu parâmetro de aversão à desigualdade é igual a 1 e corresponde à medida generalizada de entropia *E*(*0*) ou, ainda, *GE*(*0*).

Medidas generalizadas de entropia

Medidas de entropia podem ser reunidas em uma família mais geral, a das medidas generalizadas de entropia (*generalized entropy measures*), também conhecidas como medidas de entropia generalizada, embora esta seja uma forma questionável de traduzir a expressão, pois o que se generaliza são as medidas e não a entropia. Essas são medidas de desigualdade relativa com várias propriedades importantes, entre elas a decomponibilidade em grupos. No entanto, talvez o que mais se destaque nelas seja o fato de que, por meio de sua estrutura matemática geral, várias medidas usadas em estudos sobre desigualdade são relacionadas: índices de Theil, Atkinson, Coeficiente de Variação, entre outros. As medidas generalizadas de entropia costumam ser abreviadas por $E(c)$ ou $GE(\alpha)$, mas outras expressões podem ser encontradas. A forma generalizada das medidas é

(05.18)

$$E(c)=\frac{1}{N}\cdot\frac{1}{c(c-1)}\sum_{i=1}^{N}\left[\left(\frac{y_i}{\mu_i}\right)^c-1\right] \text{ para } c\neq 0 \text{ e } c\neq 1$$

onde N é o número de unidades (pessoas, famílias, regiões, etc.), c é um parâmetro de sensibilidade da medida à desigualdade (análogo ao parâmetro de aversão de Atkinson), y_i é o rendimento recebido pela unidade i, N é o número de unidades da distribuição e μ_y é o rendimento médio da distribuição de todas as unidades. Quando $c = 0$, a medida de entropia assume a forma do T-Theil:

(05.19)

$$E(0) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{y_i}{\mu_y}\ln\frac{y_i}{\mu_y}$$

E, quando $c = 1$, a forma assumida é a do L-Theil:

(05.20)

$$E(1) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\ln\frac{\mu_y}{y_i}$$

A forma do L-Theil também equivale ao índice de Atkinson com parâmetro de aversão igual a 1. Aliás, um índice de entropia generalizado corresponde a uma transformação do índice de Atkinson e, embora os valores absolutos das medidas não sejam sempre idênticos, ordena distribuições como se $c = 1 - \varepsilon$. Tendo isso em mente, é fácil inferir que o parâmetro de sensibilidade da medida de entropia tem um conteúdo substantivo análogo ao do parâmetro de aversão à desigualdade. Mais exatamente, a transformação do índice de Atkinson em medida de entropia equivale a:

(05.21)

$$A = 1 - \varepsilon^{-E(c)}$$

Vale ainda notar que, quando $c = 2$, o índice de entropia generalizado equivale à metade do quadrado do coeficiente de variação.

6

Índices de bem-estar

Os índices de bem-estar agregado são medidas que sintetizam o nível de bem-estar de uma distribuição em um único número, o valor do índice. Para isso, levam em consideração o nível e a distribuição de rendimentos. Ao comparar duas populações com o mesmo nível médio de rendimentos, a maioria desses índices irá considerar pior, em termos de bem-estar, a população mais desigual.

A questão central tratada pelos índices de bem-estar é como combinar nível e desigualdade de renda em uma mesma medida. Esse é um problema concreto que surge quando se deseja, por exemplo, comparar países. Comparações baseadas em rendas médias, como o PIB *per capita*, levam em conta o nível, mas ignoram a desigualdade na distribuição da renda. Por outro lado, comparações baseadas em índices de desigualdade relativa usam informação sobre desigualdade, mas negligenciam as diferenças nos níveis de renda entre os países.

Há, inicialmente, uma resposta bastante simples para essa questão: a combinação poderia ser feita pela multiplicação do índice de desigualdade pela renda média. Ocorre que isso faria com que, na multiplicação, um nível maior de desigualdade aumentasse o índice de bem-estar, o que não parece correto. A solução é introduzir uma pequena modificação nesse cálculo de modo que a maior desigualdade diminua, e não aumente, o bem-estar. Essa modificação depende da medida de desigualdade utilizada.

No caso da medida de bem-estar de Sen, a multiplicação da renda média é feita por 1 menos o coeficiente de Gini:

(06.01)

$$W_y = \bar{\mu}_y \cdot (1 - G_y)$$

onde W_y é o índice de Sen de bem-estar baseado na renda y, $\bar{\mu}_y$ a média dessa renda, e G_y o coeficiente de Gini da distribuição dessa renda.

O coeficiente de Gini é uma medida que pode ser relacionada à área da Curva de Lorenz. A medida de bem-estar de Sen, por sua vez, pode ser relacionada à área da Curva de Lorenz Generalizada, já que esta última é obtida pela multiplicação das frações acumuladas da renda pela média dessa renda. Além disso, como a média e o coeficiente de Gini são decomponíveis por fatores (fontes de rendimento), a medida de bem-estar também permite essa decomposição. Outros tipos de decomposição, como a partição por grupos, podem requerer medidas de bem-estar baseadas em outras medidas de desigualdade, como as de entropia.

A simplicidade da medida de Sen ajuda a entender como outras medidas podem ser criadas. Ela e outras medidas podem ser vistas como uma função do nível da renda, medida por sua média $\bar{\mu}_y$, e da desigualdade na distribuição dessa renda, avaliada por um índice I_y de desigualdade:

(06.02)

$$W_y = f(\bar{\mu}_y, I_y)$$

É fácil ver que medidas de bem-estar podem ser criadas a partir de diferentes medidas de desigualdade. Por exemplo, para estender a medida de Sen de modo a torná-la ainda mais ou menos sensível à desigualdade, basta uma pequena modificação que introduza um fator de sensibilidade s na ponderação da desigualdade na fórmula:

(06.03)

$$W_y(s) = \bar{\mu}_y \cdot s(1 - G_y)$$

Como o coeficiente de Gini sempre varia entre 0 e 1 (desigualdade máxima), a subtração de 1 menos o coeficiente fornece uma solução simples para ponderar o nível e a desigualdade na distribuição em uma mesma medida. Se, em vez do Gini, fosse usada uma medida que não varia apenas entre 0 e 1, outro tipo de modificação seria necessária. Sen e Foster (1997), por exemplo, propõem o uso do T-Theil normalizado para uma nova medida de bem-estar.

7

Mensuração da pobreza: o ponto de partida

Qualquer tentativa de mensuração da pobreza em uma população depende, inicialmente, de uma definição de pobreza que permita a identificação de quem é pobre – e quão pobre essa pessoa é – e de uma regra de agregação que permita contabilizar o nível de pobreza nessa população. Essa agregação, como se verá adiante, pode ser um agregado de agregados menores. A literatura sobre o assunto chama isso de *problema da identificação* e *problema da agregação*.

O conceito de pobreza está fortemente associado à ideia de privação, mas o consenso sobre como defini-lo termina aqui. Paul Spicker (1999) identifica, por exemplo, onze classes de definições de pobreza, cada uma com suas variações. Embora não haja um consenso, normalmente se distingue desigualdade de pobreza, associando desigualdade à posição relativa dos indivíduos e pobreza a seu nível absoluto. A distinção, porém, é apenas um recurso de linguagem para separar o que é analisado de como a análise é feita, pois obviamente há desigualdade relativa entre pobres e não pobres, bem como diferenças absolutas entre pessoas em posições relativas distintas.

A ideia de que a pobreza é absoluta deve ser entendida como uma simplificação de natureza didática. Após um longo debate iniciado na década de 1970 por Peter Townsend e Amartya Sen, hoje se aceita de modo amplo que pobreza deve ser definida, em termos absolutos, levando em conta aquilo de que as pessoas necessitam ou deveriam ser capazes de fazer, mas, em termos relativos, no que diz respeito a como essas necessidades ou capacidades podem ser obtidas. Para usar o jargão do campo, a pobreza é absoluta no espaço das necessidades e relativa no espaço do que é requerido para satisfazer essas necessidades, os "satisfatores". Um exemplo da área de nutrição ajuda a entender melhor a ideia: em comparações internacionais, é possível definir necessidades nutricionais em termos absolutos, mas variar entre países os alimentos que seriam capazes de satisfazer essas necessidades.

Espaço, no caso, é um conceito emprestado da matemática para refletir a noção de que a pobreza pode possuir muitas dimensões. Embora a maioria dos estudos sobre pobreza a definam como privação de renda, entre estudiosos é bem difundida e aceita a ideia de que *pobreza* é um conceito multidimensional. Por esse motivo, uma definição de pobreza deve refletir o fato de que para viver bem as pessoas dependem não apenas do consumo de bens e serviços, mas também de outras coisas como liberdades, cuidados, respeito e laços sociais. Em um campo de estudos em que predomina – talvez por razões pragmáticas – a métrica monetária, é sempre bom lembrar que a insuficiência de renda deve ser vista como uma dimensão importante, mas não a única dimensão relevante da pobreza.

Para o pesquisador, aceitar que a pobreza é multidimensional não implica automaticamente analisar todas as dimensões da pobreza de forma simultânea. Em termos práticos, reconhecer que a pobreza é multidimensional não requer, necessariamente, o uso de medidas multidimensionais de pobreza. A depender do caso, cada dimensão da pobreza pode ser analisada separadamente para, em seguida, combinarem-se os resultados das diversas análises. Análises dependem de medidas, mas estas são coisas distintas. Uma análise multidimensional pode ser feita a partir da combinação de diversas medidas unidimensionais da pobreza, isto é, sem depender de um índice sintético.

Uma medida unidimensional de pobreza permite a definição de uma *linha de pobreza*, isto é, um ponto abaixo do qual as famílias ou pessoas serão consideradas pobres. Uma medida multidimensional implicará o uso de uma área ou zona de pobreza, no caso de duas dimensões, ou um espaço, no caso de mais dimensões. Irá também exigir que se defina quem será considerado pobre: quem estiver abaixo dos limites de *uma única* dimensão, apenas quem estiver abaixo dos limites de pobreza de *cada uma* das dimensões, ou combinações de *algumas* dimensões. Em razão das dificuldades que a multidimensionalidade impõe, é comum que pesquisadores lidem com o problema utilizando índices sintéticos, isto é, medidas que combinam várias dimensões e as reduzem a um índice final unidimensional, como é o caso do famoso Índice de Desenvolvimento Humano.

A identificação da pobreza e, consequentemente, sua mensuração refletem a escolha por uma unidade de análise. Essa unidade pode ser, por exemplo, o indivíduo ou a família, que é um agregado de indivíduos. A unidade escolhida e o tratamento dado a ela quando se aborda um agregado (um microagregado, neste caso) podem afetar as conclusões de um estudo. Uma agregação, por exemplo, precisa estabelecer como as desigualdades internas do agregado serão tratadas. Um estudo baseado em renda familiar *per capita* presume que a renda é perfeitamente distribuída dentro da família, mas será que não existe desigualdade de gênero ou entre gerações nessa família? O estudo também precisa estabelecer as consequências da agregação – mas quais são as economias resultantes em viver em famílias que devam ser ajustadas por escalas de equivalência ao medir a pobreza? Explícita ou implicitamente, essas perguntas devem ser respondidas quando se mede pobreza. Aliás, vale lembrar que, com muita frequência, se fala de *indivíduos pobres* quando na verdade a informação que permite dizer isso se refere a *indivíduos em famílias pobres*, o que, rigorosamente falando, são coisas distintas.

Para a mensuração da pobreza, o passo lógico seguinte à etapa de identificação é a agregação, agora não mais em microagregados como as famílias, mas sim uma agregação que diz respeito a toda a população. O *problema da agregação* consiste em combinar as medidas individualizadas de pobreza para determinar o nível de pobreza de um grupo ou população. A resposta para o problema da agregação são as medidas de pobreza, também chamadas de índices de pobreza.

Muitas das medidas de pobreza foram desenvolvidas para a agregação da pobreza identificada como insuficiência de renda, que por convenção podemos chamar de pobreza monetária. É fácil e, portanto, didático entender a construção dessas medidas usando exemplos de renda, e basta um pequeno esforço de analogia para imaginar que elas também se aplicariam a inúmeras outras métricas de medida – insuficiência de peso ou altura, por exemplo.

Duas medidas comuns de pobreza monetária são a proporção de pobres na população – uma medida da *incidência* da pobreza – e a média dos hiatos de renda, isto é, a média do que falta para que as pessoas pobres atinjam a linha de pobreza – uma medida da *intensidade* da pobreza. Existem inúmeras outras medidas, incluindo algumas que têm propriedades matemáticas muito úteis para a análise estatística.

A escolha por medidas de pobreza não se trata de um preciosismo estatístico. Decisões sobre quais medidas de pobreza usar são extremamente importantes, pois diferentes medidas podem levar a conclusões completamente distintas. Na verdade, essa escolha reflete valores morais e, no limite, pode determinar políticas de combate à pobreza totalmente diferentes. Uma política cujo objetivo é reduzir a intensidade da pobreza poderá distribuir recursos igualmente entre os pobres; a política que tem por objetivo reduzir a incidência da pobreza deverá, necessariamente, priorizar os menos pobres; se uma terceira medida fosse usada, assumindo a maior severidade da extrema pobreza, a política deveria priorizar os mais pobres. Isso tudo usando sempre a mesma unidade de medida, a mesma unidade de análise, a mesma linha de pobreza e tratando da mesma população.

8

Medidas de pobreza

Incidência e intensidade

Várias medidas ou índices são usados para indicar os níveis de pobreza de uma população e seus subgrupos. A mais básica delas é a quantidade de pobres, obtida contando quantas pessoas estão abaixo da linha de pobreza. Essa quantidade pode ser útil, por exemplo, quando se deseja calcular o custo de um programa social, mas tem significados distintos conforme o tamanho total da população. Dez pobres em uma população de dez pessoas significa pobreza generalizada, ao passo que dez pobres em uma população de dez milhões de pessoas significa pobreza marginal.

Para vários fins, é preferível expressar a quantidade de pobres como fração da população total. Nas comparações históricas, por exemplo, como a população cresce ao longo do tempo, é mais informativo saber o que aconteceu com a proporção de pobres na população: se diminuiu (aumentou), sabe-se que a população pobre cresceu a taxas inferiores (superiores) à da população total. Assim, a pobreza em uma sociedade, em termos relativos, pode cair apesar do crescimento do número de pobres. Comparações entre unidades sociais distintas, como países, estados ou municípios, também se beneficiam da abordagem relativa, devido à variedade de tamanho das populações consideradas.

Conhecida como uma medida de *incidência da pobreza*, a proporção de pobres é um indicador muito usado. Essa medida, porém, é insensível à intensidade da pobreza entre os pobres. Ela trata, indiferentemente, pobres apenas um centavo abaixo da linha de pobreza e pobres na miséria absoluta. Como importa diferenciar níveis de pobreza, é comum que se compute também, para cada pessoa, o *hiato de pobreza*, isto é, a diferença entre a renda (ou outra dimensão) de uma pessoa pobre e a linha de pobreza. As pessoas mais pobres, evidentemente, terão hiatos de pobreza maiores. A soma de todos os hiatos individuais constitui o *hiato agregado* de pobreza, o qual indica quanta renda seria necessária para erradicar a pobreza na hipótese de transferências perfeitamente identificadas, focalizadas e realizadas sem qualquer custo (bastante distante da realidade, diga-se de passagem). Como há custos e erros de identificação e focalização, o hiato agregado indica, no melhor dos cenários, um valor mínimo necessário.

Assim como o número de pobres, o hiato agregado pode ter distintos significados a depender do tamanho da população a que se refere. Para chegar a uma medida que não esteja sujeita a esse problema, basta dividir o hiato agregado pelo tamanho da população, calculando-se assim o *hiato médio* de pobreza. O hiato médio é indiferente ao tamanho da população, mas reflete o valor da linha de pobreza e a unidade monetária que a define. Uma simples conversão de moedas pode afetar seu valor. Por vezes, é interessante dividir o hiato médio pela linha de pobreza, representando a distância média da renda dos pobres em relação à linha como uma proporção da própria linha no *hiato médio padronizado*, uma medida muito usada de *intensidade da pobreza*.

A incidência e a intensidade da pobreza – isto é, a proporção de pobres e o hiato médio padronizado de pobreza – podem variar independentemente. Uma transferência que aumenta a renda de um pobre, mas não ao ponto de elevá-lo para além da pobreza, reduz a intensidade da pobreza sem afetar sua incidência. Em outras palavras, a medida de incidência é sensível a ações de erradicação da pobreza, mas não a ações de alívio da pobreza, nem mesmo quando o alívio é um grande progresso na direção da erradicação.

Como a quantidade de pobres é obtida por uma contagem simples, a proporção de pobres é uma razão, definida pela divisão dessa contagem pelo tamanho da população:

(08.01)

$$P0 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{q} p_i$$

onde $P0$ é a proporção de pobres, N o tamanho da população, q a quantidade de pobres na população, e $p_i = 1$ uma variável que indica que a pessoa é pobre, isto é, está exatamente sobre ou abaixo da linha de pobreza, sendo zero para as demais pessoas. Durante certo tempo, no lugar de $P0$ usou-se H como convenção, pois a terminologia original da medida referia-se a *headcount ratio*. Com o desenvolvimento da classe FGT de medidas (Foster; Greer; Thorbecke, 1984), discutida abaixo, a expressão $P0$ tornou-se preferida. Seja como for, H não deve ser confundido com o hiato.

O hiato padronizado médio, por sua vez, é a média dos hiatos individuais padronizados, isto é

(08.02)

$$P1 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{z - y_i}{z}\right)$$

onde $P1$ é o hiato padronizado médio, N o tamanho da população, z o valor da linha de pobreza, q a quantidade de pobres na população, e y_i a renda dos q indivíduos pobres (apenas). Durante certo tempo, G foi usado como convenção no lugar de $P1$, pois a terminologia original da medida referia-se a *poverty gap*. A expressão $P1$ é hoje preferível, não só porque remete à classe FGT como também porque evita confusão de nomenclatura com o G usado para denotar o coeficiente de Gini.

Ora, como uma pessoa só é pobre quando seu hiato é maior que zero, é fácil ver que, acima, $p_i = 1$ somente quando o hiato dessa pessoa for maior que zero, $z - y_i > 0$. Logo, há uma associação entre as medidas de incidência e intensidade da pobreza: a quantidade de pobres é uma *contagem* de hiatos, ao passo que o hiato agregado é uma *soma* de hiatos. Porém, se os valores dos hiatos individuais, normalizados ou não, forem elevados a zero, a soma desse resultado será o equivalente a uma contagem. Essa associação tem pouca importância neste momento, mas ajudará a entender adiante como as medidas da classe FGT são construídas.

Índices de Watts e de Sen e classe de medidas FGT

As medidas de incidência e intensidade da pobreza discutidas até o momento são úteis, simples e muito utilizadas, mas ambas apresentam uma limitação: elas não se alteram se a renda de uma pessoa muito pobre é transferida para uma pessoa pouco pobre. Mais exatamente, essas medidas não atendem aos requisitos do princípio das transferências de Pigou-Dalton, o que é algo desejável em todas as análises de bem-estar, inclusive as de pobreza.

Atender o princípio das transferências significa levar em conta as desigualdades entre os pobres, em moldes semelhantes ao que fazem medidas como o coeficiente de Gini e os índices de entropia. No final da década de 1960, Harold Watts (1969) foi pioneiro no debate sobre a importância de considerar a desigualdade entre os pobres na análise e propôs um indicador que o fizesse. O índice de Watts se expressa na forma

(08.03)

$$W = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{q} \ln \frac{z}{y_i}$$

onde W é a medida de pobreza, N o tamanho da população, z o valor da linha de pobreza, q a quantidade de pobres na população, e y_i a renda dos q indivíduos pobres (apenas).

Vale notar que o índice de pobreza de Watts guarda alguma semelhança estrutural com o índice de desigualdade L-Theil. O L-Theil corresponde ao desvio logarítmico médio dos rendimentos. O índice de Watts, por sua vez, corresponde ao hiato de pobreza logarítmico médio. O L-Theil equivale ao índice de Atkinson quando o parâmetro de aversão à desigualdade deste é igual a 1, bem como à medida generalizada de entropia $E(0)$. Não é difícil ver que no índice de Watts a desigualdade entre os pobres é tratada de modo análogo: basta comparar as equações 08.03, acima, e 05.17, repetida abaixo.

(05.17)

$$L = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \ln \frac{\mu_y}{y_i}$$

O índice de Watts apresenta uma série de propriedades matemáticas importantes, mas possui uma limitação crucial: não pode ser calculado para pessoas sem renda, pois isso exigiria uma divisão por zero. Além disso, seu significado não é nada intuitivo, o que dificulta interpretações baseadas nele. Essa combinação de motivos faz com que o índice de Watts seja usado apenas em estudos bem específicos – em particular, na análise de curvas de incidência de pobreza.

Sen (1976) aprofundou esse debate e propôs um indicador de pobreza que usa o coeficiente de Gini da distribuição da renda entre os pobres como medida da desigualdade. Porque usa esse coeficiente, o indicador de Sen pode ser perfeitamente decomposto segundo diferentes fontes de rendimento dos pobres (fatores), mas não em subgrupos de população:

(08.04)

$$P_s = P0 \cdot \left[1 - (1 - G^p)\frac{\mu^p}{z}\right]$$

onde P_s é a medida de pobreza de Sen, $P0$ a proporção de pobres, G^p o coeficiente de Gini da renda dos pobres (apenas), μ^p a renda média dos pobres, e z, a linha de pobreza. Vale notar na fórmula que a medida de Sen é composta por uma medida da incidência da pobreza (proporção de pobres), uma medida de desigualdade (coeficiente de Gini) e uma medida de renda média dos pobres, que, para efeitos práticos, comporta-se do mesmo modo que uma medida de intensidade da pobreza (como o hiato médio). Também é possível ver que o impacto de uma maior renda média dos pobres é amortecido caso haja mais desigualdades entre eles.

Posteriormente, Foster, Greer e Torbecke (1984) propuseram um indicador de pobreza semelhante ao de Sen, também sensível à desigualdade, mas com a propriedade de ser aditivamente decomponível por subgrupos – ou seja, ele permite, entre outras coisas, estimar o quanto a pobreza em uma região contribui para a pobreza no país. Esse indicador é comumente designado pela sigla FGT e, no lugar do coeficiente de Gini, emprega como indicador da desigualdade a metade do quadrado do coeficiente de variação, o que equivale a usar o $E(2)$ como medida de desigualdade, isto é, um índice de entropia generalizado cujo parâmetro c é igual a 2 – lembre-se, para efeito de comparação, que o índice de Watts usa a estrutura do $E(1)$ ou L-Theil.

O que Foster, Greer e Thorbecke fizeram, no entanto, foi muito mais do que desenvolver um novo indicador. Eles mostraram que seu novo indicador, bem como as medidas anteriores de incidência e intensidade, poderia ser expresso na forma generalizada de toda uma classe de medidas de pobreza, conhecida como classe ou família FGT, e que variando apenas um parâmetro de sua fórmula era possível obter diversas medidas de pobreza. A fórmula geral da classe FGT é

(08.05)

$$P(\alpha) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{z - y_i}{z}\right)^{\alpha}$$

onde $P(\alpha)$ é o indicador específico da classe FGT, α um parâmetro de sensibilidade à pobreza análogo aos parâmetros de aversão à desigualdade das medidas de entropia, N o tamanho da população, z o valor da linha de pobreza, q a quantidade de pobres na população, e y_i a renda dos indivíduos pobres. O indicador leva em conta apenas a renda dos pobres, isto é, apenas o hiato de pobreza do indivíduo i que for maior que zero, $z - y_i > 0$.

Quando $\alpha = 0$, temos o indicador $P0$ – ou $P(0)$ –, medida da incidência da pobreza. Nesse caso, o hiato de pobreza padronizado é elevado a zero e, portanto, é igual a um. Consequentemente, $P0$ conta o número de hiatos – ou seja, o número de pobres – e o divide pela população total, o que vem a ser a proporção H de pobres na população definida em 08.01. Quando $\alpha = 1$ temos $P1$, medida de intensidade da pobreza. Aqui o hiato é elevado a 1, logo, $P1$ é o mesmo que o hiato padronizado médio G definido em 08.02. Quando $\alpha = 2$, temos uma nova medida, $P2$, o hiato padronizado quadrático médio, medida de severidade da pobreza, que reflete, de modo combinado, a incidência e a intensidade da pobreza e a desigualdade entre os pobres. Elevar o hiato ao quadrado $P2$ faz com que os pobres muito distantes da linha de pobreza tenham mais peso que os demais e, com isso, a desigualdade entre os pobres passa a ser relevante para a medida. $P2$ satisfaz o princípio das transferências de Pigou-Dalton. É perfeitamente possível estender a classe FGT para valores mais altos do parâmetro de sensibilidade, como $\alpha = 4$, o que a torna bastante versátil.

Resumindo, $P0$ mede a incidência da pobreza por meio da proporção de pobres; $P1$ mede a intensidade da pobreza por meio do hiato padronizado médio; e $P2$ mede a severidade da pobreza por meio do hiato quadrático médio. $P2$ combina a incidência, a intensidade e a desigualdade entre os pobres na medida.

Referências

Atkinson, Anthony B. On the measurement of inequality. *Journal of Economic Theory*, v. 2, n. 3, p. 244-263, 1970.

______. *The economics of inequality*. Oxford: Clarendon Press, 1975.

Breton, Michel Le. The mathematical foundations of inequality analysis. In: Silber, Jacques (Ed.). *Handbook of income inequality measurement*. Boston: Kluwer Academic, 1999. p. 187-198.

Ceriani, Lidia; Verme, Paolo. The origins of the Gini index: extracts from Variabilità e Mutabilità (1912) by Corrado Gini. *The Journal of Economic Inequality*, p. 1-23, 2011.

Champernowne, David G.; Cowell, Frank A. *Economic inequality and income distribution*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

Cowell, Frank A. *Measuring inequality:* techniques for the social sciences. Chichester: Wiley, 1977.

______. *Measuring inequality*. London: Prentice Hall; New York; Harvester Wheatsheaf, 1995.

Dalton, Hugh. The measurement of the inequality of incomes. *The Economic Journal*, v. 30, n. 119, p. 348-461, 1920.

Fields, Gary S. *Distribution and development:* a new look at the developing world. Cambridge: MIT Press, 2002.

Foster, James; Greer, Joel; Thorbecke, Erik. A class of decomposable poverty measures. *Econometrica*, v. 52, n. 3, p. 761-766, 1984.

Gini, Corrado. *Variabilità e mutabilità:* contributo allo studio delle distribuzioni e delle relazioni statistiche. (Fasc. I.). Tipogr. di P. Cuppini, 1912.

Hoffmann, Rodolfo. *Distribuição de renda:* medidas de desigualdade e pobreza. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1998.

Kakwani, Nanak. Applications of Lorenz Curves in economic analysis. *Econometrica*, v. 45, n. 3, p. 719-728, 1977.

______. *Income inequality and poverty:* methods of estimation and policy applications. New York: Oxford University Press, 1980.

Kakwani, Nanak; Pernia, Ernesto M. What is pro-poor growth? *Asian Development Review*, v. 18, n. 1, p. 1-16, 2000.

Lambert, Peter J. *The distribution and redistribution of income*. Manchester: Manchester University Press, 2001.

Locke, John. *Dois tratados sobre o governo*. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

Lorenz, Max O. Methods of measuring the concentration of wealth. *Publications of the American Statistical Association*, v. 9, n. 70, p. 209-219, 1905.

Mahalanobis, Prasanta C. A method of fractile graphical analysis. *Econometrica*, v. 28, n. 2, p. 325-351, 1960.

Marx, Karl; Engels, Friedrich. *Critique des programmes de gotha et d'erfurt*. Paris: Éditions Sociales, 1972.

Moyes, Patrick. Stochastic dominance and the Lorenz Curve. In: Silber, Jacques (Ed.). *Handbook of income inequality measurement*. Boston: Kluwer Academic, 1999. p. 199-222.

Pen, Jan. *Income distribution:* facts, theories, policies. New York: Praeger, 1971.

Ravallion, Martin; Chen, Shaohua. Measuring pro-poor growth. *Economics Letters*, v. 78, n. 1, p. 93-99, 2003.

Rawls, John. *A theory of justice*. Cambridge, MA: Belknap Press of Harvard University Press, 1971.

Rossi, José W. *Índices de desigualdade de renda e medidas de concentração industrial:* aplicação a casos brasileiros. Rio de Janeiro: J. Zahar, 1982.

Rousseau, Jean-Jacques. *Discurso sobre a origem e os fundamentos da desigualdade entre os homens*. São Paulo: Martin Claret, 2007. (Texto integral.)

Schutz, Robert R. On the measurement of income inequality. *The American Economic Review*, v. 41, n. 1, p. 107-122, 1951.

Sen, Amartya. Poverty: an ordinal approach to measurement. *Econometrica*, v. 44, n. 2, p. 219-231, 1976.

______. *Inequality reexamined*. Oxford: Oxford University Press, 1995.

______. *Desigualdade reexaminada*. Rio de Janeiro: Record, 2001.

Sen, Amartya; Foster, James. *On economic inequality*. Oxford: Clarendon Press; New York: Oxford University Press, 1997.

Shorrocks, Anthony F. Ranking income distributions. *Economica*, v. 50, n. 197, p. 3-17, 1983.

Soares, Sergei S. D.; Osório, Rafael G. *Desigualdade e bem-estar no Brasil na década da estabilidade*. Brasília: Ipea, 2007. (Texto para discussão Ipea, 1270).

Son, Hyun H. A note on pro-poor growth. *Economics Letters*, v. 82, n. 3, p. 307-314, 2004.

Spicker, Paul. Definitions of poverty: eleven clusters of meaning. In: Gordon, David; Spicker, Paul (Org.). *The international glossary on poverty*. New York: Zed Books, 1999. p. 150-162.

Subramanian, Sreenivasan (Org.). *Measurement of inequality and poverty*. Oxford: Oxford University Press, 2001.

Theil, Henri. *Economics and information theory*. Amsterdam: North Holland; Chicago: Rand McNally, 1967.

Watts, Harold. An economic definition of poverty. In: Moynihan, Daniel P. (Org.). *On understanding poverty:* perspectives from the social sciences. New York: Basic Books, 1969. p. 316-329.

EDITORA
UnB

Editora Universidade de Brasília
SCS, Quadra 02, Ed. OK, Bloco C, n. 78 – CEP 70.302-907 – Brasília-DF
Fone: 55 (61) 3035.4211
www.editora.unb.br